

RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Seduta del 21 maggio 1905.

F. D' OVIDIO Vicepresidente.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Matematica. — *Sulle superficie deformate per flessione dell'iperboloide rotondo ad una falda.* Nota del Socio LUIGI BIANCHI.

1. È noto come partendo dai teoremi fondamentali sulla deformazione delle quadriche rotonde, dati da Guichard nel 1899, si è andata recentemente sviluppando una *teoria delle trasformazioni* per le superficie applicabili su queste quadriche. Ma la teoria svolta fin qui, quando si voglia restare nel campo reale, si applicava soltanto all'ellissoide allungato ed all'iperboloide rotondo a due falde, per il legame che i teoremi di Guichard stabiliscono fra le deformazioni di queste quadriche e quella della sfera. Per le altre due forme di quadriche rotonde: l'ellissoide schiacciato e l'iperboloide ad una falda, mancava finora una teoria analoga.

Qui mi propongo di dar notizia di alcune mie nuove ricerche le quali permettono di costruire, per le superficie applicabili sull'iperboloide rigato rotondo, una teoria delle trasformazioni affatto analoga a quella delle trasformazioni di Bäcklund delle superficie pseudosferiche. L'una e l'altra teoria si fondano invero, come si vedrà, sulla medesima circostanza geometrica e cioè sulla esistenza di congruenze rettilinee W⁽¹⁾, le cui due falde focali

(1) Col nome di *congruenze* W si indicano le congruenze rettilinee sulle cui due falde focali si corrispondono le linee assintotiche.

sono applicabili l'una sull'altra e sopra una medesima superficie di rotazione. In certo modo la teoria delle trasformazioni si presenta così più semplice per l'iperboloide rigato rotondo che non per le altre due forme quadriche di rotazione prima considerate.

La proposizione fondamentale della nuova teoria si ha nel seguente:

TEOREMA I. *Ogni superficie Σ applicabile sull'iperboloide rotondo rigato appartiene, come prima falda focale, ad ∞^2 congruenze rettilinee W , la cui seconda falda focale è applicabile sul medesimo iperboloide.*

Nota che sia una deformata Σ dell'iperboloide, nelle seconde falde focali di ciascuna delle indicate congruenze si hanno ∞^2 nuove deformate Σ_1 dell'iperboloide stesso: il passaggio da Σ a Σ_1 costituisce una delle nostre trasformazioni.

La determinazione delle ∞^2 trasformate Σ_1 di una data superficie Σ applicabile sull'iperboloide, dipende dall'integrazione di un sistema lineare di equazioni ai differenziali totali che qui non occorre specificare più da vicino.

Osserverò ancora di passaggio che, oltre le deformate dell'iperboloide rigato rotondo, godono della proprietà stessa, espressa dal teorema I, varie altre classi di superficie applicabili sopra superficie di rotazione, e precisamente quelle applicabili sui tipi seguenti: 1° la pseudosfera ordinaria, 2° la pseudosfera accorciata od allungata, 3° il catenoide ordinario, 4° il catenoide accorciato od allungato, 5° il sinusoide iperbolico. Ed anzi non è escluso che il teorema I valga anche per altre classi di superficie applicabili sopra superficie di rotazione, per le quali si potrà allora costruire una corrispondente teoria delle trasformazioni.

2. Ritornando alle deformazioni dell'iperboloide, indico qui la via indiretta per la quale sono dapprima pervenuto alla proposizione fondamentale enunciata.

Essendo

$$\frac{r^2}{a^2} - \frac{\varepsilon^2}{b^2} = 1$$

l'equazione dell'iperbola meridiana, il quadrato dell'elemento lineare dell'iperboloide, generato dal rotare di questa iperbola attorno all'asse delle z (asse immaginario), è dato da:

$$ds = \frac{(a^2 + b^2)r^2 - a^4}{a^2(r^2 - a^2)} dr^2 + r^2 dv^2$$

e per la curvatura K della quadrica si ha quindi

$$K = - \frac{a^4 b^2}{\{(a^2 + b^2)r^2 - a^4\}^2}.$$

Si consideri ora una qualunque superficie Σ applicabile su questo iperboloido, e siano α, β i parametri delle linee assintotiche sopra Σ . Dalle formole di Lelievre e dalla teoria delle deformazioni infinitesime risulta che, se si pone:

$$(1) \quad \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\sqrt{(a^2 + b^2)r^2 - a^4}}{ab} \cdot X, \quad \xi_2 = \frac{\sqrt{(a^2 + b^2)r^2 - a^4}}{ab} \cdot Y, \\ \xi_3 &= \frac{\sqrt{(a^2 + b^2)r^2 - a^4}}{ab} \cdot Z, \quad \xi_0 = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{ab} \cdot \sqrt{r^2 - a^2}, \end{aligned}$$

dove X, Y, Z denotano i coseni di direzione della normale a Σ , queste quattro funzioni ξ di α, β sono soluzioni di una medesima equazione di Moutard

$$(2) \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial \alpha \partial \beta} = M \xi,$$

essendo M una conveniente funzione di α, β .

Ora le quattro ξ sono visibilmente legate dalla relazione quadratica

$$(3) \quad \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 - \xi_0^2 = 1;$$

ci troviamo così nel campo delle equazioni di Moutard dotate di un *gruppo di quattro soluzioni quadratiche*. Della teoria generale delle trasformazioni (ortogonali) di queste equazioni mi sono già occupato l'anno scorso in questi Rendiconti ⁽¹⁾, e più diffusamente in una Memoria ora stampata negli Atti della Società dei XL ⁽²⁾.

Le particolari equazioni di Moutard che ammettono gruppi di quattro soluzioni legate dalla relazione (3) si presentano, come ivi ho dimostrato, nella teoria delle *superficie di Voss* dello spazio iperbolico, di quelle superficie cioè, immerse nello spazio di curvatura costante negativa, sulle quali esiste un doppio sistema coniugato di linee geodetiche. La teoria delle trasformazioni per queste superficie che ho svolto alla fine della Memoria ora citata si traduce appunto, mediante le osservazioni superiori, nella teoria delle trasformazioni delle superficie applicabili sull'iperboloido rigato di cui ci stiamo occupando.

3. La trasformazione colla quale si passa, secondo il teorema I, da una deformata nota Σ dell'iperboloido ad una nuova Σ' , dipende da due costanti arbitrarie. Una di queste dà il valore dell'angolo costante che nello spazio

⁽¹⁾ *Sulle equazioni di Moutard con gruppi di soluzioni quadratiche*, volume XIII, fasc. 6, settembre 1904.

⁽²⁾ *Sulle varietà a tre dimensioni deformabili entro lo spazio euclideo a quattro dimensioni*, Atti, serie 3^a, t. XIII (1905)

iperbolico forma ogni coppia di piani tangentи in punti corrispondenti delle due superficie di Voss che corrispondono a Σ , Σ_1 . Indicheremo questa costante con σ e la trasformazione stessa col nome di *trasformazione* B_σ . Dopociò possiamo enunciare per le attuali trasformazioni un secondo teorema che corrisponde perfettamente al *teorema di permutabilità* per le trasformazioni di Bäcklund delle superficie pseudosferiche:

TEOREMA II. *Se ad una superficie Σ , applicabile sull'iperboloide rigato rotondo, sono contigue due superficie Σ_1 , Σ_2 della medesima specie per mezzo di due trasformazioni B_{σ_1} , B_{σ_2} , a costanti σ_1 , σ_2 differenti, esiste una quarta superficie Σ_3 , applicabile sopra Σ , Σ_1 , Σ_2 , e contigua, come Σ , alle due Σ_1 , Σ_2 per mezzo di due trasformazioni B'_{σ_2} , B'_{σ_1} , colle medesime costanti σ_2 , σ_1 invertite.*

Quando le tre superficie Σ , Σ_1 , Σ_2 siano note, la quarta Σ_3 se ne deduce in termini finiti, senza alcun calcolo d'integrazione.

Dal teorema di permutabilità si traggono ora le stesse conseguenze come negli altri casi analoghi, in particolare questa principale, che: *Nell'applicazione successiva ed illimitata delle trasformazioni per le deformate dell'iperboloide basta avere integrato una prima volta il sistema delle equazioni differenziali per la trasformazione della superficie primitiva Σ nelle contigue, dopo di che saranno sens'altro integrati i sistemi analoghi per tutte le nuove superficie derivate.*

4. In altro modo arriviamo ai risultati enunciati collegandoli alle trasformazioni di Bäcklund di una certa classe di superficie pseudosferiche *immaginarie*.

Essendo, come sopra al n. 2, Σ una qualunque superficie applicabile sull'iperboloide rotondo ad una falda, si consideri il sistema ∞^2 di sfere coi centri nei punti di Σ e col raggio R dato dalla formola

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{a} \sqrt{r^2 - a^2}.$$

L'inviluppo di questo sistema ∞^2 di sfere *reali* consta di due falde S , S_3 che sono superficie *immaginarie coniugate* e di curvatura costante negativa

$$K = -\frac{1}{b^2}.$$

Prendasi ora la superficie $\bar{\Sigma}$ complementare di Σ rispetto alle geodetiche deformate dei meridiani dell'iperboloide. Questa $\bar{\Sigma}$ è alla sua volta applicabile sull'iperboloide stesso e forma con Σ la superficie focale completa di una particolare congruenza W (normale) appartenente alla specie considerata nel teorema I.

Il sistema ∞^2 di sfere descritte attorno ai punti di Σ come centri, e colla legge stessa assegnata sopra per Σ , ha per falda dell'inviluppo due nuove superficie immaginarie coniugate S_1, S_2 colla curvatura costante $K = -\frac{1}{b^2}$. Queste superficie pseudosferiche S_1, S_2 sono legate tanto alla S che alla S_3 da una trasformazione di Bäcklund, secondo il teorema di permutabilità⁽¹⁾. Quattro punti M, M_1, M_2, M_3 corrispondenti delle quattro superficie segnano i vertici di un quadrilatero sghembo, i cui lati hanno la lunghezza costante puramente immaginaria $a\sqrt{-1}$, e l'angolo θ che formano i piani $M M_1 M_2, M_3 M_1 M_2$ tangenti a S, S_3 con quelli $M_1 M M_3, M_2 M M_3$ tangenti a S_1, S_2 è pure una costante puramente immaginaria, il cui coseno è eguale a $\frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{b}$.

Come si vede, la teoria della deformazione dell'iperboloido rotondo ad una falda viene così a dipendere da quella di una *certa classe* di superficie pseudosferiche immaginarie. Si può dire che la difficoltà della ricerca si riduce a caratterizzare queste speciali superficie pseudosferiche immaginarie ed a presentare quindi, sotto forma definitiva reale, le formole finali per le trasformazioni.

Questo sarà l'oggetto di un più ampio lavoro, ove la teoria qui appena accennata riceverà un adeguato sviluppo.

Matematica. — *Sugli integrali semplici appartenenti ad una superficie irregolare.* Nota del Corrispondente G. CASTELNUOVO.

Quando si tenta di estendere alle superficie algebriche i risultati ottenuti, nella teoria delle curve, da Riemann, Clebsch, Brill e Nöther, si incontrano, accanto ad affinità previste, singolari anomalie. Il Cayley, per primo (1871), ne segnalò una. Si parta da una superficie f d'ordine n , dotata di una curva doppia con un numero finito di punti tripli, che siano pure tripli per la superficie. E si voglia il numero p_g delle superficie (*aggiunte*) indipendenti d'ordine $n-4$, che passano semplicemente per la detta curva; p_g è (come fu osservato da Clebsch e Nöther) un invariante della superficie f , il *genere geometrico*. Ora, se, per calcolare p_g , si applicasse alla ipotesi $v=n-4$ quella formola, che dà il numero delle superficie indipendenti, di ordine v abbastanza elevato, passanti per la curva nominata, si troverebbe, in certi casi, un risultato p_a inferiore al valore esatto p_g . Questa discordanza, che non si presenta mai nel problema analogo ($v=n-3$)

(1) *Lezioni*, vol. II, pag. 411 seg.

relativo alle curve piane, fu rilevata dal Cayley nel caso delle superficie rigate a sezioni di genere $\pi > 0$; qui infatti si trova $p_g = 0$, $p_a = -\pi$. Riconosciuto dallo Zeuthen e dal Nöther il carattere invariante (rispetto alle trasformazioni birazionali) del numero p_a , *genere aritmetico*, si fu condotti a distinguere le *superficie regolari*, per cui $p_g = p_a$ (tali sono ad es. le superficie razionali, la superficie generale d'ordine n , ecc.), e le *superficie irregolari*, per cui $p_a < p_g$. Di queste ultime superficie si trovarono presto altri esempi, oltre le rigate irrazionali; i quali esempi condussero a pensare che *ogni superficie dotata di un sistema algebrico di curve, non contenuto totalmente in un sistema lineare, fosse irregolare*. Congettura questa, di cui io stesso, in un caso particolare ⁽¹⁾, e l'Enriques, in generale ⁽²⁾, riconoscemmo l'esattezza.

Mentre da un lato la teoria delle superficie si svolgeva con mezzi algebrici, si cercava d'altro lato di estendere ad esse quei procedimenti trascendenti, che si erano rivelati così fecondi nella teoria delle curve, secondo il Riemann. Il Clebsch e il Nöther pensavano che gli integrali doppi di funzioni algebriche (cui è legata la definizione trascendente di p_g) costituissero la più naturale estensione del concetto di integrale abeliano di una curva. Il Picard ebbe invece l'idea (1885) di esaminare gli integrali di differenziali totali (o integrali semplici) algebrici, che appartengono ad una data superficie. Detto di *prima specie* un integrale, che si conservi finito sopra tutta la superficie, il Picard si accorse che le superficie, riguardate come generali sotto l'aspetto proiettivo (ad es. la superficie priva di singolarità), non posseggono integrali semplici di prima specie. Vi sono però tipi di superficie aventi integrali siffatti, ad es. le rigate irrazionali e le superficie iperellittiche ($p_a = -1$, $p_g = 1$). In seguito (1893) l'Humbert ⁽³⁾ dimostrò, in modo elegante, che *ogni superficie possedente un sistema algebrico di curve, non contenuto totalmente in un sistema lineare, ammette integrali semplici di prima specie*.

L'analogia evidente di questo risultato con quello che precede, relativo alle superficie irregolari, fece pensare che la famiglia delle superficie irregolari e la famiglia delle superficie dotate di integrali semplici di prima specie non fossero, in realtà, distinte tra loro. Per giungere ad una siffatta conclusione sarebbe bastato poter invertire i due teoremi citati. Un primo passo in questa direzione fu fatto dall'Enriques (1901), il quale dimostrò ⁽⁴⁾

(¹) *Alcuni risultati sui sistemi lineari di curve.....*, n. 10, Memorie della Società Italiana delle Scienze, s. III, t. X (1894-96).

(²) *Una proprietà delle serie continue di curve.....*, Rend. del Circolo Matem. di Palermo, t. XIII (1899).

(³) Journal de Mathématiques (4^e s.), t. X, pag. 190.

(⁴) Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse, 2^e s., III, pag. 77. Un'altra dimostrazione del teorema si trova nella Nota del Severi, *Osservazioni sui sistemi continui.....*, Atti della R. Accad. d. Scienze di Torino, 1904.

che una superficie dotata di p integrali semplici, distinti, di prima specie, con $2p$ periodi, possiede un sistema algebrico di curve non contenuto totalmente in un sistema lineare, ed è quindi irregolare. Solo recentemente (settembre 1904) riuscì al Severi ⁽¹⁾ di dimostrare, per una via affatto diversa, e senza ulteriori ipotesi, che *ogni superficie dotata di integrali semplici di seconda specie è irregolare*; risultato, in cui è incluso quello che a noi interessa, perchè gli integrali di prima specie rientrano tra gl' integrali di seconda specie.

Poco dopo (dicembre 1904) potè l'Enriques ⁽²⁾ costruire, in modo semplice, sopra ogni superficie irregolare, un sistema algebrico di curve non contenuto in un sistema lineare; e di qua egli concluse che, inversamente, *ogni superficie irregolare è dotata di integrali semplici di prima specie*.

Risolta, mediante queste ricerche, la questione *qualitativa* concernente la identità delle due famiglie di superficie più volte nominate, rimaneva aperta la questione *quantitativa*: « quale relazione passa tra la *irregolarità* $p_g - p_a$ di una superficie ed il numero degli integrali semplici, distinti, di prima specie della superficie? »

Il Severi, nell'ultimo lavoro citato, era giunto alla disuguaglianza $r - q \leq p_g - p_a$, dove r e q sono i numeri degl'integrali semplici, distinti, di seconda e di prima specie della superficie. In seguito, il Severi stesso e contemporaneamente il Picard ⁽³⁾ dimostrarono l'uguaglianza $r - q = p_g - p_a$. Pochi giorni dopo mi riuscì di compiere l'ultimo passo in questa direzione ⁽⁴⁾, deducendo dall'ultimo teorema di Enriques la relazione $q \geq p_g - p_a$, dalla quale, tenuto conto della disuguaglianza di Severi, o dell'uguaglianza di Picard-Severi, seguono facilmente le relazioni $q = p_g - p_a$, $r = 2(p_g - p_a)$. La prima di queste ci dice che *l'irregolarità di una superficie uguaglia il numero degli integrali semplici, distinti, di prima specie appartenenti alla superficie*.

Di questo teorema il Severi diede in seguito una dimostrazione più semplice, ed il Picard indicò pure una via interamente diversa per giungere a quel risultato ⁽⁵⁾. Altre strade si intravvedono ancora, che devono condurre alla stessa meta, partendo, come il Severi ed io, dal teorema di Enriques.

⁽¹⁾ Rend. della R. Accad. dei Lincei, fasc. 5°, 2° sem. 1904.

⁽²⁾ Rendiconto delle sessioni della R. Accad. d. Scienze di Bologna, 1904; Comptes Rendus de l'Acad. des Sciences, Paris, 16 gennaio 1905.

⁽³⁾ Si veda, in uno stesso fascicolo dei Comptes Rendus de l'Ac. d. Sc. (16 gennaio 1905), il lavoro citato di Enriques ed una Nota del Picard. Si veda inoltre il lavoro del Severi, *Sulla differenza tra i numeri degli integrali di Picard.....*, Atti della R. Accademia delle Scienze di Torino, 22 gennaio 1905.

⁽⁴⁾ Comptes Rendus, ecc., 23 gennaio 1905.

⁽⁵⁾ Le due dimostrazioni sono pubblicate in uno stesso fascicolo dei Comptes Rendus, ecc., 3 aprile 1905.

Credo tuttavia opportuno di pubblicar qui, per disteso, la mia prima dimostrazione, di cui un semplice cenno si trova nei Comptes Rendus. Mi sembra infatti che le considerazioni, sulle quali la mia dimostrazione si appoggia, presentino interesse pari a quello del risultato a cui si giunge. Alludo alla notevole relazione, che viene a stabilirsi, fino dalle prime pagine, fra l'insieme dei sistemi lineari di curve contenuti in un sistema algebrico, sopra una superficie irregolare, e le varietà che ammettono un gruppo transitivo di trasformazioni birazionali in sè stesse, permutabili a due a due; relazione, che lega dunque una superficie avente l'irregolarità p ad un sistema di funzioni, $2p$ volte periodiche, di p variabili. Per chiarire questo legame, e metterne in luce l'interesse, che esso ha per la teoria delle funzioni algebriche di una o più variabili, mi si permetta di fermarmi un momento sul caso notissimo delle curve algebriche.

Sopra una curva $f(x, y) = 0$, di genere p , si fissi un gruppo di $n \geq p$, punti generici, dando, ad es., le equazioni $\varphi(x) = 0, \psi(y) = 0$ dei gruppi di rette proiettanti quei punti parallelamente agli assi coordinati. Le n costanti, da cui il gruppo dipende, possono dividersi in due classi. Le costanti della prima classe, il cui numero $(n - p)$ è fissato dal teorema di Riemann-Roch, entrano razionalmente nei coefficienti di φ e ψ , e sono tali che, al variare di esse, il gruppo varia in una serie lineare. Le costanti della seconda classe, il cui numero p non dipende dal gruppo scelto, ed è quindi un invarianti della curva, entrano irrazionalmente nei detti coefficienti. Di qual natura è la irrazionalità che qui si presenta? La risposta è nota: la irrazionalità in questione è della stessa natura di quella, che interviene (secondo Weierstrass) quando, date p funzioni distinte, $2p$ volte periodiche di p variabili, cogli stessi periodi, si voglia esprimere, mediante quelle, una nuova funzione dotata degli stessi periodi. In altre parole: i coefficienti di φ e ψ si possono esprimere razionalmente mediante i valori, che certe $p + 1$ funzioni abeliane assumono, in relazione ai sistemi di valori delle p variabili contenute in esse.

Questo risultato, come dicevo, è noto, giacchè esso discende immediatamente dal procedimento di inversione applicato da Jacobi agli integrali abeliani. Ma è interessante rilevare che la via seguita nel presente lavoro premette di giungere allo stesso risultato, senza ricorrere agli integrali abeliani della curva, valendosi soltanto delle prime proprietà delle serie lineari, e di un teorema del Picard sulle varietà algebriche, che ammettono gruppi di trasformazioni birazionali in sè stesse.

Ora la stessa via si applica, senza cambiamenti, alle superficie, ed anche alle varietà algebriche a quante si vogliano dimensioni. Ad es., le equazioni di una curva algebrica sopra una superficie contengono un certo numero di costanti, alcune delle quali entrano razionalmente, e variano mentre la curva varia in un sistema lineare; le altre costanti, il cui numero p è

un invariante della superficie (la *irregolarità*), entrano in modo irrazionale, e precisamente nel *modo abeliano*, di cui sopra si è discorso. La inversione delle funzioni abeliane (in senso esteso), che qui intervengono, permette di formare p integrali, semplici, di prima specie appartenenti alla superficie (o alla varietà algebrica a più dimensioni); e permette pure di indagare gli eventuali casi di *riducibilità*, che quegli integrali possono presentare.

La ricerca, che segue, è divisa in tre Note. In questa prima Nota io stabilisco la relazione, che passa tra i sistemi algebrici di curve di una superficie irregolare ed una varietà V , a p dimensioni, dotata di un gruppo transitivo ∞^p di trasformazioni birazionali in sè, permutabili a due a due. Nella seconda Nota esaminerò alcune particolarità che la V può presentare, delle quali occorre tener conto nella terza Nota, dove vengono dedotti, dai p integrali semplici, di prima specie, della V , i p integrali analoghi che la superficie data possiede.

1. La dimostrazione che segue si appoggia sopra un importante teorema del sig. Enriques (¹), secondo il quale una superficie irregolare possiede sistemi algebrici di curve non contenuti in sistemi lineari. In modo preciso: si consideri sulla superficie data

$$(1) \quad f(x, y, z) = 0,$$

avente i generi p_g, p_a , un sistema lineare, completo, *regolare*, $|C|$ di curve; cioè un sistema tale, che fra la dimensione r , il genere π della curva generica, ed il grado n (cioè il numero delle intersezioni di due curve generiche) passi la relazione

$$(2) \quad r = n - \pi + 1 + p_a;$$

infiniti sistemi regolari esistono, come è noto, sulla superficie. Si costruisca poi il più ampio sistema *algebrico* contenente il sistema *lineare* $|C|$; quel sistema, composto di curve avente lo stesso ordine delle C , è completamente determinato dal sistema lineare $|C|$ (²). Ora il sig. Enriques dimostra che il detto sistema algebrico ha la dimensione

$$r + p_g - p_a = n - \pi + 1 + p_g.$$

(¹) *Sulla proprietà caratteristica delle superficie algebriche irregolari*; Rendiconto delle Sessioni della R. Accademia di Bologna, 11 dicembre 1904; cfr. Comptes Rendus de l'Acad. d. Sciences, Paris, 16 gennaio 1905. Si veda pure una dimostrazione del Severi nei Rend. del Circolo Matem. di Palermo, t. XX.

(²) Si veda a questo proposito una osservazione del sig. Severi al n. 6 della sua Nota: *Osservazioni sui sistemi continui di curve.....*, Atti dell'Accad. delle Scienze di Torino, febbraio 1904.

Se indichiamo con

$$(3) \quad p = p_g - p_a > 0$$

l'irregolarità della nostra superficie, il sistema algebrico, di cui stiamo parlando, potrà essere indicato con S_{r+p} .

Esso contiene per ipotesi il sistema lineare $|C|, \infty^r$; ma, in virtù della stessa costruzione che dà l'Enriques di S_{r+p} , esso contiene pure ogni sistema lineare completo $|C_1|$, che sia determinato da una curva C_1 di S_{r+p} . I sistemi lineari $|C_1|$ formano una successione continua, cui appartiene $|C|$; essi hanno quindi tutti lo stesso genere π , lo stesso grado n , la stessa dimensione, poichè questi caratteri sono numeri interi; (va inteso però che, nel valutare genere e grado, si deve far astrazione da eventuali punti base del sistema considerato, i quali non siano base per S_{r+p}). Per quanto riguarda la dimensione, non si può escludere veramente che particolari sistemi tra quelli abbiano una dimensione superiore alla dimensione r_1 del sistema $|C_1|$ generico. Perciò, tenuto conto che il sistema di partenza ha la dimensione r , si è condotti alla relazione $r \geq r_1$. Che però debba qui prendersi il segno di uguaglianza, segue dal teorema di Riemann-Roch relativo alle superficie, il quale dice che r_1 non può essere inferiore al secondo membro della (2), cioè ad r .

Riunendo in un solo enunciato questi varî risultati, concludiamo:

Sopra una superficie, avente la irregolarità p , un sistema lineare regolare ∞^r , è contenuto in un sistema algebrico ∞^{r+p} ; questo è costituito da ∞^p sistemi lineari ∞^r . Ogni curva del sistema algebrico appartiene ad uno, e ad uno solo, di questi sistemi lineari.

2. Il teorema precedente riduce lo studio del sistema algebrico S_{r+p} allo studio delle relazioni, che passano tra gli ∞^p sistemi lineari contenuti in quello. Conviene dunque riguardare questi sistemi come unità, od elementi, di una varietà algebrica ∞^p . Volendo una rappresentazione geometrica più sensibile dello stesso concetto, si immagini di fissare sulla superficie f un gruppo di r punti generici. Ciascuno dei sistemi lineari $\infty^r, |C|, |C_1|, \dots$, componenti S_{r+p} , fornirà una determinata curva C, C_1, \dots passante per quegli r punti, la qual curva potremo dire che rappresenta il sistema, cui appartiene. Queste curve rappresentanti formano un sistema algebrico ∞^p , che indicheremo con S_p , il quale gode la proprietà che la sua curva generica C non appartiene ad alcun sistema lineare contenuto in S_p ; in altre parole, la curva C non è equivalente a nessuna altra curva di S_p .

Ci converrà poi, nel seguito, riguardare i sistemi lineari $|C|$ di S_{r+p} , o le curve C di S_p , come punti di una varietà algebrica V_p a p dimensioni. A questa varietà si giunge così. La curva generica C di S_p può immaginarsi segata, sulla superficie $f = 0$, da due o più superficie, che siano razionalmente determinate, data la C . I coefficienti, che entrano nelle equazioni

di queste, dipenderanno algebricamente da certi p parametri $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_p$, e quindi razionalmente da $p+1$ parametri $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{p+1}$, legati da una relazione algebrica

$$(4) \quad V(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{p+1}) = 0.$$

Questa definisce una varietà algebrica V_p a p dimensioni. Ad ogni punto ξ della V_p corrisponde una determinata curva C del sistema S_p , o, se si vuole, un determinato sistema lineare $|C|$ entro S_{r+p} . E si può supporre scelti i parametri ξ in modo, che, viceversa, a $|C|$, od a C , corrisponda un determinato punto di V_p . Per ragioni che verranno spiegate in seguito, noi diremo che V_p è la varietà di Picard connessa colla superficie irregolare assegnata.

Osservazione. — Poichè la curva generica C di S_p non ha alcuna curva equivalente in S_p , segue che essa non può formar parte di una serie ∞^1 razionale di curve entro ad S_p ; giacchè le curve di una tal serie sarebbero equivalenti tra loro ⁽¹⁾. Questo fatto dà luogo al seguente enunciato, che ci sarà utile tra poco: *un punto generico della varietà di Picard non appartiene ad alcuna curva razionale giacente in quella varietà*.

3. Ritorniamo a considerare gli ∞^p sistemi lineari, che compongono il sistema algebrico S_{r+p} . Siano $|C|, |C_1|, |C'_1|$ tre di questi sistemi, distinti o anche, in parte, coincidenti. Formiamo il sistema lineare $|C'|$ definito dalla relazione

$$(5) \quad |C'| = |C + C'_1 - C_1|.$$

Il sistema $|C'|$ si comporrà dunque di ogni curva, che, presa insieme ad una curva di C_1 , dia una curva equivalente alla curva composta $C + C'_1$. I caratteri del sistema $|C'|$ (dimensione, genere, grado) possono calcolarsi in funzione dei caratteri (r, π, n) dei sistemi di partenza, ricorrendo a formole note. Ma qui il calcolo è superfluo. Si osservi infatti che, se nella (5) si fa variare con continuità il sistema $|C_1|$ entro al sistema algebrico S_{r+p} , varierà $|C'|$, ma i suoi caratteri, che son numeri interi, non potranno alterrarsi. Ora se $|C_1| = |C'_1|$, risulta $|C'| = |C|$. Dunque i caratteri di $|C'|$ coincidono coi caratteri di $|C|$. Risulta inoltre di qua che, variando $|C_1|$, il sistema lineare $|C'|$, definito dalla (5), varia entro ad un sistema algebrico, anzi entro al sistema algebrico S_{r+p} , che è già pienamente determinato da $|C|$.

Conviene ora riguardare la (5) come atta a definire una trasformazione, mediante la quale ogni sistema $|C|$ di S_{r+p} vien mutato in un altro sistema $|C'|$ di S_{r+p} . Questa trasformazione, che verrà indicata col simbolo $|C'_1 - C_1|$, muta, ad es., il sistema C_1 nel sistema C'_1 .

⁽¹⁾ Enriques, *Un'osservazione relativa alla rappresentazione parametrica.....*, n. 4; Rendic. del Circolo Matem. di Palermo, t. X.

La detta trasformazione è pienamente nota, quando siano dati i due sistemi $|C'_1|, |C_1|$. Ma la stessa trasformazione è determinata da infinite altre coppie di sistemi lineari contenuti in S_{r+p} . Infatti, dalle leggi formali che reggono le addizioni e sottrazioni di sistemi lineari, segue che due trasformazioni $|C'_1 - C_1|$ e $|C' - C|$ coincidono, che è dunque simbolicamente

$$|C'_1 - C_1| = |C' - C|,$$

quando sia

$$|C_1 + C'| = |C + C'_1|,$$

od anche quando risulti

$$|C'| = |C + C'_1 - C_1|,$$

quando dunque $|C'|$ sia il trasformato di $|C|$ mediante la prima trasformazione. Ne viene che, dati due sistemi lineari ad arbitrio entro S_{r+p} , è individuata la trasformazione che muta l'uno nell'altro. Ne viene ancora che tutte le trasformazioni tra gli ∞^p sistemi lineari di S_{r+p} possono rappresentarsi col simbolo $|C' - C|$, ove si tenga fermo il sistema $|C|$ e si faccia variare $|C'|$ entro S_{r+p} . Le dette trasformazioni formano dunque una serie ∞^p .

Questa serie è un gruppo. Premesso, infatti, che la serie contiene la trasformazione identica $|C - C|$, e, di ogni trasformazione $|C' - C|$ contiene la inversa, si osservi che, date due trasformazioni, le quali potranno sempre rappresentarsi con $|C' - C|$ e $|C'' - C'|$, il prodotto di quelle è la trasformazione ⁽¹⁾

$$|C' - C| + |C'' - C'| = |C'' - C|,$$

che appartiene pure alla serie. È inoltre

$$|C'' - C| + |C' - C| = |C'' - C|,$$

donde si conclude che il gruppo si compone di trasformazioni permutabili a due a due.

Per enunciare questi risultati sotto la forma più semplice, giova permettere l'osservazione seguente. Noi abbiamo applicato sinora le trasformazioni $|C' - C|$ ai sistemi lineari $|C|$ contenuti entro S_{r+p} . Ma questa limitazione non è necessaria. Si parta da un sistema regolare qualsiasi $|D|$, ∞^s , sulla superficie, e si consideri il sistema algebrico S_{s+p} che esso determina. La trasformazione $|C' - C|$ muta $|D|$ in un altro sistema

$$|D'| = |D + C' - C|$$

(1) Dato il simbolo da noi adottato per rappresentare una trasformazione, il prodotto di trasformazioni viene indicato col segno +

di S_{s+p} . Questa affermazione si giustifica col ragionamento già adoperato: si tengano fissi i sistemi $|D|$ e $|C|$, e si faccia variare con continuità $|C'|$ entro al sistema algebrico S_{r+p} che lo contiene. Il sistema $|D'|$, definito della relazione precedente, varierà con continuità entro ad un sistema algebrico contenente $|D|$, precisamente entro S_{s+p} , che è individuato da $|D|$.

Possiamo dunque asserire che:

Ad una superficie di irregolarità p è legato un gruppo transitivo ∞^p di trasformazioni, permutabili a due a due, ciascuna delle quali muta ogni sistema lineare regolare di curve sulla superficie in un altro sistema lineare, avente gli stessi caratteri, ed appartenente a quel sistema algebrico, che è determinato dal sistema lineare primitivo. Una trasformazione del gruppo è individuata, quando si conoscano due sistemi, che siano mutati l'uno nell'altro da quella trasformazione.

4. Lo stesso teorema si può presentare sotto un'altra forma. Si ricordi che gli ∞^p sistemi lineari, componenti un sistema algebrico S_{r+p} , furono rappresentati sui punti di una varietà algebrica V_p , la *varietà di Picard*. Una trasformazione algebrica biunivoca tra quei sistemi, come è la $|C' - C|$, ha per immagine una trasformazione birazionale entro la varietà di Picard. Dunque:

La varietà di Picard V_p ammette un gruppo transitivo ∞^p di trasformazioni birazionali in sè stessa, permutabili a due a due. Una di queste trasformazioni è individuata, quando si conoscano due punti corrispondenti.

Fissato un punto O della varietà V_p , come origine, ad ogni trasformazione del gruppo corrisponde quel punto di V_p , in cui O si muta mediante la detta trasformazione. Si può dire, in conseguenza, che la varietà di Picard rappresenta, coi suoi punti, le trasformazioni del gruppo nominato. Questo gruppo verrà chiamato *gruppo di Picard* legato alla superficie f , o alla varietà V_p , e verrà indicato con G_p . Risulta poi, da tutte le considerazioni fatte, che la varietà di Picard non dipende affatto dal sistema lineare $|C|$ e dal relativo sistema algebrico S_{r+p} , di cui ci siamo serviti per costruirla. In termini precisi: *fissato sulla superficie f un qualsiasi sistema algebrico, il quale contenga ∞^p sistemi lineari distinti, si può stabilire una corrispondenza birazionale tra i detti sistemi ed i punti della varietà di Picard annessa alla superficie.*

Data la superficie f , la varietà di Picard è pienamente determinata, quando si faccia astrazione da trasformazioni birazionali ⁽¹⁾.

(1) I sistemi lineari $|C|, |D|, \dots$, di cui ci siamo serviti finora, erano supposti *regolari*. Questa restrizione non è veramente essenziale, ed ha solo lo scopo di render sempre possibile l'applicazione di operazioni del tipo $|C' - C|$, mentre, ove $|D|$ non fosse regolare, potrebbe non esistere il sistema $|D'| = |D + C' - C|$. A questo inconveniente si potrebbe ovviare con opportune convenzioni, le quali però complicherebbero, senza scopo, la trattazione.

5. Siamo dunque condotti allo studio delle varietà algebriche V_p , a p dimensioni, che ammettono un gruppo transitivo ∞^p di trasformazioni birazionali, permutabili a due a due. Ora la determinazione di queste varietà (a parte il caso $p=1$, che, secondo lo Schwarz, conduce alle curve ellittiche o razionali) è uno dei più brillanti risultati ottenuti, in questo campo, dal sig. Picard. L'illustre geometra esaminò anzitutto l'ipotesi $p=2$, e giunse così a scoprire quelle interessanti superficie, che furono chiamate *iperellittiche*⁽¹⁾. In seguito il sig. Picard estese il suo metodo di ricerca al caso di p qualsiasi, ottenendo il seguente teorema⁽²⁾:

Una varietà algebrica a p dimensioni

$$(4) \quad V(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{p+1}) = 0,$$

la quale ammetta un gruppo transitivo ∞^p di trasformazioni birazionali in sè, permutabili a due a due, possiede p integrali distinti di differenziali totali:

$$(6) \quad u_i = \int P_1^{(i)} d\xi_1 + P_2^{(i)} d\xi_2 + \dots + P_p^{(i)} d\xi_p, \quad (i = 1, 2, \dots, p),$$

dove le P sono funzioni razionali delle variabili $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{p+1}$, legate dalla relazione (4). L'inversione degli integrali (6) permette di esprimere le ξ mediante funzioni uniformi, $2p$ volte periodiche, di p variabili:

$$(7) \quad \xi_h = \varphi_h(u_1, u_2, \dots, u_p) \quad (h = 1, 2, \dots, p+1).$$

Chiameremo le (7) *funzioni abeliane*, secondo la denominazione adottata dagli analisti francesi.

È essenziale per noi rilevare che, nel caso presente, *gl'integrali* (6) sono tutti di prima specie, cioè si conservano finiti in tutti i punti (ξ) della V_p . Ciò risulta dalla profonda analisi, a cui il sig. Painlevé ha assoggettato la ricerca del sig. Picard, esaminando in particolare il caso $p=2$, e facendo poi vedere come il suo procedimento si estenda ad ogni valore di p ⁽³⁾. Il sig. Painlevé dimostra infatti che, se i p integrali (6) non sono tutti di prima specie, si può, mediante opportune trasformazioni birazionali sulle ξ e lineari sulle u , fare in modo che tutte le ξ si esprimano razionalmente in funzione di u_1 , o di $u'_1 = e^{u_1}$. Ora, in entrambi i casi, la curva

$$u_2 = \text{cost.}, \dots, u_p = \text{cost.}$$

⁽¹⁾ *Mémoire sur la théorie des fonctions algébriques de deux variables*, Chap. III; Journal de Mathématiques, 1889.

⁽²⁾ Rendiconti del Circolo Matem. di Palermo, t. IX.

⁽³⁾ *Sur les fonctions qui admettent un théorème d'addition*, Acta Mathematica, t. 27 (1903).

della V_p sarebbe razionale: e di curve siffatte ne passerebbe una per ogni punto di V_p , il che venne escluso nell'Oss. al n. 2.

6. La rappresentazione parametrica (7) della varietà di Picard V_p permette di definire analiticamente, nel modo più semplice, le ∞^p trasformazioni del gruppo di Picard G_p . È noto infatti che una, generica, di queste è rappresentata da congruenze del tipo

$$(8) \quad u'_i \equiv u_i + h_i, \quad (i = 1, 2, \dots, p),$$

dove u_i, u'_i sono i parametri relativi a due punti $(u), (u')$ corrispondenti, le h_i sono p costanti, e le congruenze scritte hanno come moduli i $2p$ periodi relativi all'integrale u_i . Il fatto che le (8) definiscano una trasformazione *algebrica* (birazionale) entro V_p , è l'interpretazione geometrica del teorema d'addizione relativo alle funzioni abeliane.

Se una stessa trasformazione (8) della V_p in sè stessa muta i punti $(u), (v)$ nei punti $(u'), (v')$, sarà

$$u'_i - u_i \equiv v'_i - v_i \quad (i = 1, 2, \dots, p).$$

D'altra parte, se a quei punti di V_p corrispondono, ordinatamente, sulla superficie f i sistemi lineari $|C|, |D|, |C'|, |D'|$, contenuti entro al sistema algebrico S_{r+p} , sarà

$$|C' - C| = |D' - D|.$$

Le due relazioni scritte esprimono adunque uno stesso fatto, in simboli analitici la prima, geometrici la seconda. Segue la perfetta equivalenza delle due relazioni

$$u_i + v'_i \equiv u'_i + v_i, \quad |C + D'| = |C' + D|,$$

donde si traggono alcune interessanti considerazioni.

Si osservi infatti che la varietà V_p possiede, oltre alle ∞^p trasformazioni birazionali (8) (di *prima specie*), costituenti il gruppo G_p , una seconda serie (non gruppo) di trasformazioni birazionali (di *seconda specie*), che sono involutorie, e vengono definite da congruenze del tipo

$$u_i + u_i^{(1)} \equiv k_i, \quad (i = 1, 2, \dots, p),$$

dove le k_i sono costanti. Le coppie di punti, corrispondentisi in una trasformazione di seconda specie, formano, come diremo, una *involuzione* g_2^1 sulla V_p ; dove l'indice superiore 1 non sta ad indicare la dimensione della involuzione, ma esprime che, dato un punto arbitrario di V_p , è individuata la coppia che lo contiene. Alle coppie di una g_2^1 corrispondono sulla superficie f coppie di sistemi lineari $|C|, |C^{(1)}|; |D|, |D^{(1)}|; \dots$. Ora risulta dalle cose dette che sistemi accoppiati danno, come somma, un unico sistema lineare:

$$|C + C^{(1)}| = |D + D^{(1)}| = \dots$$

Se si ricorda che i punti di V_p sono anche immagini delle ∞^p curve $C, C^{(1)}, \dots$ del sistema algebrico S_p (composto di curve non equivalenti), si può esprimere la stessa osservazione, dicendo che, a coppie della involuzione g_2^1 , corrispondono coppie di curve del sistema S_p , le cui somme $C + C^{(1)}$, ecc., sono equivalenti.

Queste considerazioni si estendono facilmente, col metodo da n ad $n+1$. Definita sulla V_p una *involuzione* g_n^{n-1} mediante congruenze del tipo

$$u_i + u_i^{(1)} + \cdots + u_i^{(n-1)} \equiv k_i, \quad (i = 1, 2, \dots, p),$$

si dimostra che ai gruppi della g_n^{n-1} corrispondono, su f , gruppi di n sistemi lineari, le cui somme danno un sistema lineare invariabile al variare del gruppo; o, se si vuole, corrispondono, entro al sistema S_p , gruppi di n curve, le cui somme $C + C^{(1)} + \cdots + C^{(n-1)}$, ecc. sono equivalenti.

Di queste involuzioni g_n^{n-1} interessano, per il seguito, alcune proprietà, che discendono immediatamente dalla definizione analitica:

1) una g_n^{n-1} è pienamente determinata, quando si conosca uno dei suoi gruppi;

2) dati $n-1$ punti generici di V_p , è individuato il punto che con quelli forma un gruppo di una g_n^{n-1} assegnata;

3) una g_n^{n-1} possiede un numero finito $v (= n^{2p})$ di punti n^{upli} , definiti dalle congruenze

$$nu_i \equiv k_i \quad (i = 1, 2, \dots, p);$$

questi punti formano un gruppo Γ_v , che è pienamente determinato, quando si conosca uno dei suoi punti;

4) ogni trasformazione di G_p muta una g_n^{n-1} in una g_n^{n-1} , ed il gruppo Γ_v relativo alla prima involuzione nel gruppo Γ_v relativo alla seconda.

Fisica. — Sull'elettrizzazione prodotta dai raggi del radio.
Nota del Socio AUGUSTO RIGHI.

È noto che i corpi, su cui cadono le radiazioni del radio emettono nuovi raggi, detti *raggi secondari*, i quali, per quanto se ne sa, sono almeno in massima parte della stessa natura dei raggi catodici e dei raggi β , ossia consistono nell'emissione di elettroni negativi.

Se, come avviene nella maggior parte dei casi, i raggi α del radio non arrivano sino al corpo, perchè assorbiti nel loro tragitto dall'aria o da sottili lamine solide, l'effetto è dovuto solo ai raggi β e γ ; e siccome l'effetto prodotto da questi ultimi è relativamente assai piccolo, così può dirsi che

quei raggi secondari sono principalmente generati dai raggi β , ossia dagli elettroni negativi emessi dal radio.

I corpi colpiti da quei raggi sono dunque esposti a due cause di elettrizzazione antagoniste, giacchè essi tendono a caricarsi negativamente per opera degli elettroni, che ad essi invia il corpo radioattivo, e positivamente in causa dell'emissione dei raggi secondari. Di solito la prima causa predomina, cosicchè il corpo si elettrizza negativamente, mentre è noto che si ottiene invece una carica positiva, allorchè si fanno agire raggi X o raggi ultravioletti.

La produzione di una carica positiva nei corpi (dielettrici o conduttori) colpiti da radiazioni ultraviolette fu dapprima da me dimostrata operando nell'aria all'ordinaria pressione; mentre per quella dovuta ai raggi X fu necessario operare nel vuoto, onde evitare la conduzione dell'aria, che dai raggi stessi verrebbe ionizzata. Nel caso dei raggi del radio si deve per lo stesso motivo fare altrettanto, e cioè rarefare il più possibile l'aria che circonda il corpo, di cui si studia la carica.

Ecco un cenno sommario dei risultati ricavati finora da alcune mie esperienze, istituite allo scopo di studiare appunto le cariche generate in vari corpi dai raggi β del radio.

Apparecchio. — Un recipiente di vetro, nel quale l'aria ha una pressione non maggiore di un millesimo di millimetro, e che è internamente rivestito da una rete metallica in comunicazione col suolo, contiene un disco di 5 centimetri di diametro formato dalla sostanza in esame, comunicante con un elettrometro a quadranti. La parete di fronte al disco ha un foro di 2 centimetri di diametro, chiuso da una laminetta di alluminio di 85 millesimi di millimetro di spessore, la quale resiste benissimo alla pressione atmosferica (ed anzi vi resisterebbe, pur incurvandosi, anche se fosse alquanto più sottile). Contro la laminetta e all'esterno del recipiente viene collocata, al momento opportuno, la capsula d'ebanite, chiusa da una lastrina di mica e contenente, nel caso mio, quindici milligrammi di bromuro di radio puro.

I raggi β , che ne partono, attraversata la lamina di alluminio, cadono sul disco, che si trova ad una distanza da essa variabile a piacere, ma che generalmente si conserva eguale ad un centimetro.

Alcune grosse lastre di piombo riparano dai raggi del radio il filo, che va all'elettrometro, e che d'altronde occupa l'asse d'un lungo tubo metallico comunicante col suolo.

Per valutare l'effetto prodotto sui dischi delle varie sostanze ho adottato il metodo seguente. Caricato il disco ad un debole potenziale positivo, per esempio a + 0,4 volta, misuro il tempo necessario affinchè il disco medesimo acquisti il potenziale — 0,4 volta, e calcolo, in base a questi dati, la variazione di potenziale per ogni minuto secondo.

Effetto ottenuto con dischi di diverse sostanze. — I risultati medi ottenuti con tali misure sono registrati nella seguente tabella, la prima colonna della quale contiene il nome della sostanza di cui era formato il disco, la seconda il peso atomico della medesima, la terza lo spessore del disco, e la quarta la variazione di potenziale per secondo in millesimi di volta:

Sostanza	Peso atomico $O = 16$	Spessore	Variazione di potenziale in millivolta
Carbone	12,003	10 mm.	— 53
Alluminio	27,08	5,87	— 46
Solfo	32,063	4	— 45
Ferro	56	2	— 43
Nichel	58,5	5	— 41
Rame	63,44	2	— 40
Zinco	65,38	1,9	— 40
Argento	107,938	2	— 33
Stagno	118,10	5,6	— 32
Tellurio	125	2	— 27
Platino	194,83	0,1	— (21)
Piombo	206,911	2	— 26
Bismuto	208,5	2	— 23

Se si fa astrazione dal risultato avuto col platino, si vede che i numeri dell'ultima colonna sono in ordine decrescente, mentre quelli della seconda furono disposti in ordine crescente. Ma è da notarsi che il platino era assai sottile, sì che esso certo lasciava passare buona parte dei raggi β , mentre lo spessore di tutti gli altri dischi era sufficiente, come potei verificare esperimentando con dischi di varie grossezze, per trattenere la maggior parte dei raggi che li colpivano.

Qualche riserva si deve fare altresì per lo zolfo e pel tellurio. Questo era in forma di lastrina a contorno irregolare, e la sua superficie era assai minore di quella dei dischi formati colle altre sostanze, per cui si dovette confrontare la carica, da esso acquistata, con quella di una lastra di alluminio avente eguale superficie.

Quanto allo zolfo, per il fatto che non è conduttore, pensai di rivestirlo con una sottilissima foglia metallica, la quale tuttavia, come si vedrà fra poco, non può sensibilmente modificare il risultato.

Con un simile artificio mi sarà possibile misurare la carica acquistata da qualsiasi altro dielettrico solido.

Siccome l'ottenersi in un dato tempo una maggior carica negativa nel disco indica evidentemente, che meno abbondante è l'emissione dei raggi secondari, così si può dire, che un corpo emette tanto più abbondantemente

questi raggi, quanto più è grande il suo peso atomico. L'influenza di questo nei fenomeni radioattivi era stata, del resto, già da altri segnalata, e, per ciò che riguarda l'emissione di raggi secondari, recentemente da Mac Clelland (¹), per alcuni dei metalli designati nella tabella precedente, ed in base ad esperienze d'altro genere.

Influenza dello spessore. — È verosimile che una parte degli elettroni costituenti i raggi β del radio si riflettano sul disco, e che altri lo attraversino, se il suo spessore non è troppo grande. Naturalmente nè gli uni, nè gli altri possono contribuire alla carica del disco. Per rendere conto di questa occorre quindi prendere in considerazione quegli elettroni, i quali restano trattenuti dal disco, come pure i nuovi elettroni costituenti i raggi secondari, che probabilmente sono staccati dal corpo colpito in seguito all'urto dei primi contro i suoi atomi. Poichè il disco si elettrizza negativamente, bisogna ritenere che il numero degli elettroni costituenti i raggi secondari, sia minore del numero degli elettroni formanti i raggi β e trattenuti dal disco medesimo. Ora è da prevedersi che, aumentando lo spessore di questo, divenga maggiore tanto il numero degli elettroni trattenuti, quanto il numero di quelli nuovamente formati, ma che non riescano ad uscire dal disco. In altre parole è da presumere, che l'aumento dello spessore abbia per conseguenza un maggior assorbimento, non solo dei raggi β incidenti, ma anche dei raggi secondari generati nelle parti profonde, e quindi un aumento della carica negativa acquistata dal corpo in un dato tempo. Ciò venne confermato da apposite esperienze, delle quali è esposto nella seguente tabella un esempio.

Sostanza	Spessore	Variazione di potenziale in millivolt
Alluminio	foglia sottilissima	— 0
"	0,009 mm.	— 4
"	1,47 "	— 45
"	5,88 "	— 46
Carbone	2 "	— 49
"	10 "	— 53

Come si vede, quando il corpo è in forma di sottilissima foglia, la carica da esso acquistata è sensibilmente nulla. Questo è quanto ho potuto constatare, non solo coll'alluminio, ma anche con altre foglie metalliche e in particolare colle usuali foglie d'oro. Di qui l'opportunità di formare con tali foglie sottilissime un rivestimento conduttore per la misura delle cariche acquistate dai dielettrici colpiti dai raggi del radio.

In una prossima ed estesa pubblicazione saranno descritti dettagliatamente gli apparecchi adoperati, ed esposti in modo più completo i risultati ottenuti.

(¹) *Phil. Mag. february 1905.*

Meccanica. — *Sulle equazioni della deformazione delle piastre elastiche cilindriche.* Nota del prof. GIUSEPPE LAURICELLA, presentata dal Socio V. VOLTERRA.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Fisica terrestre. — *Risultati pireliometrici ottenuti dall'ottobre 1901 al 3 luglio 1902 al R. Osservatorio Geofisico di Modena.* Nota di CIRO CHISTONI, presentata dal Socio P. BLASERNA.

Nell'ottobre 1901 venne collocato all'Osservatorio geofisico di Modena (lat. bor. $44^{\circ}38'.53''$; long. E da Gr. $0^{\text{h}}.43^{\text{m}}.42^{\text{s}}$) il pireliometro Ångström a compensazione elettrica n. 19 e con questo si fecero osservazioni a tutto il 22 giugno 1902. Il 23 giugno 1902 venne sostituito al n. 19 il pireliometro n. 39⁽¹⁾. — Dall'ottobre 1901 a tutto il 22 giugno 1902 servì l'amperimetro S. H. 53352 con der. 123230; dopo servì l'amperimetro 66234 con der. 14894.

L'apparecchio pireliometrico si trova a metri 30 sul suolo ed a metri 64 sul livello del mare, in una stanza con finestre, che permettono di vedere il Sole dal nascere al tramontare. — Chiudendo alcune finestre ed aprendone altre, è quasi sempre stato possibile di proteggere l'apparecchio dai movimenti dell'aria. Solo in casi eccezionali, come ad es.: è avvenuto il giorno 11 luglio 1902, si sono dovute sospendere le osservazioni per non potere proteggere convenientemente l'apparecchio dai moti dell'aria.

Le due finestre alle quali (a seconda dell'ora) viene solitamente esposto il pireliometro sono nel torrione orientale del palazzo Reale (R. Scuola Militare) e sono volte una verso ESE e l'altra verso SSW; la prima guarda dalla parte delle scuderie e del giardino della Scuola Militare, la seconda verso l'ampio Piazzale Reale. I fabbricati che stanno al di là del piazzale non arrivano all'altezza di 20 metri sul suolo; così che il pireliometro è affatto libero ed in posizione da non sentire l'influenza del fumo e dei vapori che si possono sollevare dalla città. Si noti poi che gli opifici cittadini sono tutti distanti dall'Osservatorio. — Talvolta avviene, che mentre la città e la circostante campagna sono coperte dalla nebbia, all'Osservatorio si gode di un bel sereno⁽²⁾.

(¹) Nella Nota: *Sul pireliometro a compensazione elettrica dell'Ångström* (Rend. della R. Accad. dei Lincei; vol. XIV, 1^o sem. 1905, pag. 340) si trovano riportati i coefficienti di questi due apparecchi.

(²) Il prof. Knut Ångström onorò di una sua visita questo Osservatorio il giorno 23 maggio 1903 e trovò che l'esposizione del pireliometro è stata fatta convenientemente.

Il metodo di osservazione è stato quello adottato a Sestola nel 1901 (¹). I valori di i (int. della corr. elettrica compensatrice in amp.) riportati nei seguenti quadri sono i risultati della media aritmetica delle singole osservazioni. La pratica mi persuase che in questo genere di misure è inutile tentare di tenere calcolo dei diecimillesimi di amp. ed è per questo che i valori di i nei quadri che seguono sono indicati con sole tre cifre decimali. Essendomi poi anche persuaso, che l'incertezza nel risultato finale Q (espresso in cal.-gr.-min. per cm²) arriva parecchie volte a 0,005 e può talvolta anche essere maggiore, quando durante il tempo dall'osservazione (per quanto breve) cambiano le circostanze di trasparenza dello strato d'aria compreso fra il pireliometro ed il Sole, ho semplificato il calcolo, adottando le tavole logaritmiche a quattro decimali.

Lo stato del cielo, in ispecie in prossimità del disco solare, si osservò sempre colla massima cura, e facendo uso di adatti vetri colorati (²).

(¹) *Misure pireliometriche fatte a Sestola nell'estate del 1901* (Rend. della R. Accad. dei Lincei, vol. XI, 1º sem. 1902, pag. 77).

(²) Credo non del tutto inutile spiegare alcuni termini, che ho adottato per indicare lo stato del cielo, per ciò che riguarda le misure pireliometriche. — I termini sono: *lucido*, *bello*, *biancastro*, *bianchiccio*, *caliginoso* e *velato*.

Lucido = Quella parte del cielo che si stima lucida, vuole essere di un azzurro ben netto.

Bello = Quando il cielo è di colore celeste.

Biancastro = Quando il cielo è celeste con tendenza verso il bianco.

Bianchiccio = Quando la tendenza al bianco è più accentuata. Il fondo celeste sembra quasi che sia stato cosparso con un colore del genere di quello che assume l'acqua di calce, quando è assai allungata.

Caliginoso = Quando la luce solare tende al rosso, essendo il cielo cosparso da tenuissima caligine.

Velato = Quando vagano per l'atmosfera, e negli strati relativamente bassi, dei filamenti bianchi sottilissimi, costituiti da vapore acqueo, e che si intrecciano così da formare come un velo a lunghe maglie. Questi veli si vedono con difficoltà nelle regioni del cielo circostanti al Sole, e l'osservazione viene facilitata, facendo uso di un vetro giallo. Chi non è ben pratico ad osservare lo stato del cielo, confonde quasi sempre questi veli coi cirri esilissimi, che raramente si vedono nell'atmosfera e che sono sempre situati a grandi altezze.

Chiamo *sereno* il cielo, quando è privo di nubi ed in generale è bello, ossia di colore celeste. — Devo confessare che in trent'anni da che mi occupo di meteorologia e faccio osservazioni, non mi venne mai dato di osservare il cielo sereno e lucido, cioè completamente azzurro e senza nubi. Quando anche il cielo, in luoghi meridionali dell'Italia, o sui monti, mi si presentò privo di nubi ed in buona parte azzurro, rimanevano sempre delle parti di colore celeste; ed in generale alcune parti prossime all'orizzonte, mi lasciavano incerto se fossero celesti o biancastre.

Che non sia facile vedere la volta del cielo completamente azzurra, là dove l'orizzonte è libero, mi convinsi, quando alla riunione della Commissione per le ricerche della radiazione solare, tenutasi a Parigi nel 1900, si parlò della trasparenza dell'atmosfera.

Nelle tavole che seguono, l'ora è data in tempo medio dell'Europa centrale ed h esprime l'altezza media del Sole durante il tempo dell'osservazione. L'approssimazione in h è di circa due decimi di grado sessagesimale. Con θ è espressa la temperatura media indicata dal termometro unito al pireliometro; con B la pressione atmosferica in millimetri di mercurio a 0°, diminuita però di 700 mm. con t la temperatura dell'aria; con f la forza elastica del vapore acqueo e con u l'umidità relativa dell'atmosfera,

MODENA 1901

Giorno	Ora	h	θ	i	Q	B	t	f	u	Annottazioni
25 ottobre	12.0	33,3°	24,0	0,409	1,124	56,4	16,5	7,7	55	● libero; Cu sparsi
2 novembre	12.0	30,6	17,0	0,403	1,088	68,7	9,4	3,9	46	Sereno
3 "	12.0	30,3	18,0	0,405	1,100	66,1	10,1	4,8	52	Id.
4 "	12.0	30,0	15,5	0,411	1,131	63,7	9,0	4,3	49	Id.
5 "	12.0	29,7	15,5	0,398	1,060	66,5	9,4	5,7	65	Id.
6 "	12.0	29,4	16,0	0,392	1,029	65,8	8,2	5,2	65	Id.
11 "	12.0	28,0	13,9	0,357	0,853	56,6	10,5	6,6	70	Col vetro giallo si scorgono veli vicini al ●
12 "	12.1	27,7	17,6	0,395	1,046	55,4	12,4	6,3	59	Sereno
26 "	12.4	24,4	11,5	0,341	0,777	60,6	5,1	3,6	55	Cielo bianchiccio
28 "	12.4	24,1	12,8	0,404	1,092	57,7	4,9	3,8	57	Sereno
1 dicembre	12.5	23,6	14,2	0,413	1,141	61,6	9,1	4,6	53	Sull'orizzonte Ci vaganti; ● libero
2 "	12.6	23,4	10,5	0,371	0,920	62,9	8,0	5,6	71	Ci-S intorno al ●
3 "	12.6	23,3	10,9	0,374	0,935	60,9	7,6	6,0	77	Ci-S vaganti; ● libero
5 "	12.7	23,0	11,2	0,368	0,905	62,9	5,7	4,6	66	Cielo bianchiccio; aureola intorno al ●
6 "	12.7	22,9	10,1	0,362	0,875	61,7	4,0	4,4	72	Cielo biancastro
7 "	12.8	22,7	7,5	0,406	1,100	62,5	1,8	3,6	70	Sereno
30 "	12.19	22,2	10,5	0,417	1,162	60,8	4,2	3,9	63	Id.
31 "	12.20	22,2	9,5	0,405	1,096	67,8	4,5	2,5	40	Qualche Ci vagante

Accennandosi appunto ai rari momenti, nei quali il cielo è veramente sereno, cioè privo di nubi e quasi per intero azzurro, uno dei presenti (non ricordo chi fosse) accertò che in un'oasi del deserto di Sahara nella quale egli si trattenne per qualche tempo, gli venne dato di osservare per alcuni momenti la volta del cielo completamente azzurra. Sarebbe interessante che chi ha l'occasione di fare osservazioni nelle regioni meridionali dell'Italia, stando in luoghi che permettono di vedere libero l'orizzonte, notasse le rare circostanze nelle quali gli fosse dato di vedere la volta del cielo completamente azzurra.

MODENA 1902

Giorno	Ora	<i>h</i>	<i>θ</i>	<i>i</i>	Q	B	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>u</i>	Annottazioni
1 gennaio	9.20	10,8	5,5	0,357	0,850	65,1	1,0	3,7	75	Cielo bianchiccio
" "	12.20	22,3	8,4	0,395	1,041	63,9	5,4	4,4	65	Sereno
4 "	9.21	11,0	8,0	0,353	0,832	61,8	3,2	3,7	66	Cielo bianchiccio
" "	12.21	22,5	11,1	0,345	0,796	62,4	7,4	4,3	55	Id.
" "	15.21	11,0	11,4	0,333	0,741	61,8	9,4	4,8	56	Id.
6 "	12.22	22,7	10,5	0,373	0,930	64,9	7,0	6,1	83	Id.
" "	15.22	11,2	11,8	0,363	0,881	64,3	8,4	6,2	75	Id.
7 "	12.23	22,8	11,6	0,423	1,196	62,9	7,3	3,4	46	Sereno
" "	15.23	11,3	14,5	0,376	0,946	62,9	9,6	3,5	40	Cielo bianchiccio
8 "	12.23	23,0	12,1	0,391	1,022	69,5	6,6	4,7	64	S e Ci vaganti
" "	15.23	11,4	14,5	0,334	0,747	68,8	7,6	4,7	61	Id.
9 "	9.23	11,5	6,4	0,318	0,674	69,2	2,4	4,0	75	Sereno
" "	12.23	23,1	10,5	0,399	1,064	68,8	5,2	4,1	63	Id.
" "	15.23	11,5	12,5	0,359	0,862	67,5	6,8	4,0	57	Id.
10 "	9.24	11,6	5,2	0,385	0,748	66,9	2,6	3,9	72	Id.
" "	12.24	23,2	10,9	0,401	1,075	66,3	6,6	4,5	63	Id.
" "	15.24	11,6	13,9	0,344	0,792	65,3	8,0	4,8	59	Id.
11 "	9.24	11,7	5,1	0,342	0,780	64,0	0,0	4,1	89	Id.
" "	12.24	23,4	11,9	0,370	0,915	63,4	4,0	4,6	77	Ci sparsi
15 "	12.26	24,0	11,9	0,386	0,996	70,4	5,8	4,1	60	Cielo biancastro
" "	15.26	12,3	10,5	0,360	0,866	70,7	5,8	1,8	27	Id.
18 "	15.27	12,8	12,9	0,320	0,685	61,4	7,6	5,5	69	Cielo bianchiccio e aureola intorno al ☽
27 "	15.28	14,5	11,2	0,365	0,890	51,0	7,0	1,2	16	Ci in vicinanza al ☽
28 "	9.27	14,7	6,0	0,290	0,561	52,7	1,0	3,3	68	Caliginoso
29 "	15.27	15,0	13,2	0,369	0,911	50,6	7,0	4,1	55	Cielo bianchiccio
19 febbraio	15.30	20,5	15,5	0,386	0,998	54,3	9,6	5,8	64	Ci e Cu vaganti
2 marzo	9.28	24,2	15,0	0,384	0,987	54,3	10,0	6,6	72	Sereno
" "	12.28	38,1	20,5	0,420	1,184	55,3	12,5	7,6	70	Id.
" "	15.28	24,2	23,0	0,400	1,075	55,4	13,2	7,3	64	Id.
5 "	9.28	25,2	15,3	0,393	1,034	58,5	8,2	5,2	65	Id.
" "	12.28	39,3	17,4	0,421	1,188	58,9	11,3	5,0	50	Id.
" "	15.28	25,2	18,4	0,385	0,994	58,7	12,8	4,9	44	Ci e Cu vaganti
8 "	12.27	40,4	17,0	0,430	1,239	47,5	10,0	4,6	50	Sereno
" "	15.27	26,1	22,8	0,401	1,080	46,6	11,8	4,8	47	Id.
10 "	9.27	26,8	16,0	0,427	1,221	45,9	11,8	3,6	34	Id.
" "	12.27	41,2	19,8	0,445	1,329	46,1	14,3	1,7	14	Id.
" "	16.27	17,7	21,0	0,405	1,101	45,9	14,6	1,2	10	Id.
11 "	9.27	27,1	15,0	0,414	1,147	54,8	6,5	3,0	42	C ed S sparsi

MODENA 1902

Giorno	Ora	<i>h</i>	<i>θ</i>	<i>i</i>	<i>Q</i>	<i>B</i>	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>u</i>	<i>Annotazioni</i>
11 marzo	11.27	39,8°	15,3	0,434	1,261	55,1	9,1	2,4	28	Sereno
" "	12.27	41,6	20,3	0,434	1,264	55,1	9,4	2,1	26	Id.
" "	15.27	27,1	20,1	0,407	1,112	54,0	10,6	1,9	20	Cielo bianchiccio; Ci sparsi
13 "	9.26	27,8	16,0	0,385	0,993	59,8	5,6	5,4	78	Aureola intorno al ☽
" "	11.26	40,5	15,0	0,405	1,098	60,1	8,1	5,2	68	Aureola rossastra intorno al ☽
" "	12.26	42,4	15,9	0,411	1,131	60,1	10,0	5,5	61	☽ libero; Cu in vicinanza
" "	15.26	27,8	21,5	0,382	0,980	59,9	11,6	3,7	38	Cielo bianchiccio; Cu sparsi
17 "	9.25	29,0	14,6	0,411	1,131	55,7	9,0	3,4	41	Sereno
" "	12.25	43,9	18,2	0,431	1,245	55,9	12,4	2,5	22	Id.
" "	15.25	29,0	22,0	0,407	1,112	55,3	14,2	1,2	10	Id.
" "	16.25	19,8	23,0	0,378	0,960	55,6	14,1	1,6	12	Id.
18 "	11.25	42,4	14,5	0,428	1,226	60,4	11,0	4,4	44	Aureola intorno al ☽; Ci in vicinanza
" "	12.25	44,3	23,7	0,434	1,266	60,2	11,4	4,5	43	Id. ; Cu Id.
" "	15.25	29,4	23,8	0,407	1,114	59,1	12,4	3,8	36	Cielo bianchiccio
" "	16.25	20,1	18,5	0,387	1,004	59,1	12,3	3,8	36	Id.
19 "	9.24	29,7	17,0	0,403	1,088	59,2	9,4	4,8	49	Aureola rossastra intorno al ☽
" "	15.24	29,7	21,0	0,411	1,134	57,8	16,2	3,8	28	Orizzonte nebbioso
" "	16.24	20,4	22,7	0,377	0,955	57,2	15,8	4,0	30	Id.
20 "	9.23	30,0	17,4	0,410	1,127	56,9	14,8	5,9	46	Cielo bianchiccio
" "	11.23	43,2	24,1	0,422	1,197	56,6	15,2	4,7	37	Sereno
" "	12.23	45,1	25,0	0,426	1,220	56,1	16,0	4,3	33	Cielo bianchiccio
" "	14.23	38,2	20,8	0,409	1,123	55,5	16,8	4,3	29	Id.
" "	15.23	30,0	27,0	0,399	1,072	55,1	17,2	3,9	28	Id.
" "	16.23	20,7	23,8	0,355	0,847	54,8	17,2	3,9	27	Id.
24 "	10.23	39,8	18,7	0,423	1,200	47,7	10,4	5,2	55	Id.
" "	12.23	46,7	22,8	0,434	1,266	48,0	10,7	2,8	28	Id.
27 "	9.22	32,8	15,3	0,400	1,071	56,2	11,4	4,4	44	Id. ; Ci sparsi
" "	15.22	32,8	23,3	0,394	1,043	54,4	15,2	2,3	18	Sereno
" "	16.22	22,7	17,7	0,362	0,878	53,8	15,3	2,6	20	Id.
28 "	9.22	32,6	19,6	0,396	1,052	52,4	11,4	6,0	62	Id.
" "	11.22	46,3	20,1	0,419	1,178	52,2	13,5	9,1	79	Id.
" "	12.22	48,3	24,2	0,414	1,152	52,9	15,0	9,8	77	Id.
29 "	9.21	32,9	20,1	0,358	0,860	54,5	12,2	7,9	76	Aureola intorno al ☽; cielo bianchiccio
30 "	12.21	49,1	20,0	0,424	1,206	45,5	18,3	7,9	52	Id. e Ci vicini al ☽
" "	15.21	33,2	28,0	0,413	1,149	44,9	20,8	4,5	25	Id.
" "	16.21	23,6	24,1	0,385	0,996	44,9	20,6	4,0	23	Veli intorno al ☽
31 "	9.21	33,5	19,0	0,409	1,121	49,6	12,2	4,2	41	Aureola intorno al ☽; cielo bianchiccio
" "	12.21	49,5	20,4	0,420	1,184	49,6	14,8	7,0	57	Cu e Ci vicini al ☽

MODENA 1902

Giorno	Ora	<i>h</i>	<i>θ</i>	<i>i</i>	<i>Q</i>	B	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>u</i>	<i>Annotazioni</i>
31 marzo	15.21	33,5	25,3	0,409	1,125	49,1	15,8	5,6	42	⊕ bianchiccio
" "	16.21	23,9	28,4	0,391	1,080	49,1	16,2	5,2	38	Id.
1 aprile	9.20	33,8	18,0	0,370	0,918	52,7	11,3	6,3	63	Ci-S all'orizzonte, cielo bianchiccio
" "	15.20	33,8	22,4	0,405	1,104	52,4	17,2	4,6	31	Sereno
" "	16.20	24,2	22,6	0,387	1,006	52,1	17,3	4,8	33	Id.
" "	17.20	13,8	21,3	0,346	0,804	52,0	17,2	4,5	31	Id.
4 "	17.19	14,6	23,7	0,319	0,684	52,6	19,6	8,1	48	⊕ libero; cielo bianchiccio
6 "	9.19	35,3	18,4	0,381	0,973	53,6	15,8	9,7	47	Ci sparsi; ⊕ libero
7 "	9.19	35,6	18,0	0,401	1,077	50,2	16,8	9,1	64	Ci-Cu in vicinanza del ⊙
" "	11.19	49,9	21,3	0,430	1,242	50,3	18,0	3,1	19	Sereno; nebbia all'orizzonte
" "	12.19	52,1	28,5	0,436	1,280	50,3	19,5	2,5	15	⊕ libero; Cu a sud
8 "	9.18	35,9	18,0	0,395	1,046	58,6	11,6	5,8	57	Cu in vicinanza al ⊙
9 "	9.18	36,2	16,6	0,414	1,148	58,9	12,2	4,4	41	Sereno
" "	11.18	50,6	17,0	0,424	1,204	58,7	12,7	3,8	35	Id.
" "	12.18	52,9	25,1	0,422	1,198	58,6	14,0	3,6	29	Id.
" "	15.18	36,2	24,4	0,405	1,103	57,7	15,0	4,0	32	Ci-Cu vaganti; aureola intorno al ⊙
" "	16.18	26,4	21,0	0,381	0,974	57,1	15,1	3,9	32	Aureola intorno al ⊙
" "	17.18	15,9	22,9	0,333	0,745	57,0	15,0	4,0	33	Id.
14 "	9.16	36,6	22,0	0,406	1,108	52,8	18,0	8,7	56	Sereno
" "	11.16	52,4	20,4	0,379	0,964	52,8	19,2	9,1	55	Id.
19 "	9.16	39,0	22,5	0,389	1,016	58,5	17,3	9,1	62	Aureola intorno al ⊙
" "	15.16	39,0	28,3	0,403	1,093	57,9	20,3	5,2	29	Id.
20 "	11.15	54,4	25,0	0,424	1,209	60,6	18,8	6,6	42	Sereno
" "	12.15	56,8	30,0	0,426	1,223	60,5	20,2	6,3	38	Id.
" "	15.15	39,3	26,3	0,409	1,126	59,6	21,3	5,6	30	Ci-S all'orizzonte; ⊕ libero
" "	16.15	29,2	25,3	0,397	1,060	59,6	21,3	4,8	26	Cielo bianchiccio
" "	17.15	18,7	23,5	0,351	0,828	59,7	21,3	5,2	28	Id.
21 "	9.15	39,5	23,7	0,397	1,059	60,6	21,2	8,0	43	Sereno
" "	11.15	54,7	23,5	0,414	1,152	60,0	21,6	8,1	43	Id.
" "	12.15	56,1	30,1	0,418	1,178	59,8	22,0	7,0	36	Id.
" "	15.15	39,5	26,4	0,399	1,071	58,3	23,2	6,3	30	Ci intorno al ⊙
22 "	9.15	39,8	25,4	0,409	1,125	55,9	19,6	8,0	47	Aureola rossastra intorno al ⊙
" "	11.15	55,0	23,1	0,429	1,237	55,7	22,1	8,0	39	Sereno
" "	12.15	57,5	30,5	0,425	1,217	55,5	22,2	7,7	37	Id.
" "	15.15	39,8	30,5	0,397	1,063	53,4	23,0	7,3	35	Id.
25 "	11.14	56,0	20,0	0,425	1,212	58,0	19,2	8,2	50	Id.
" "	12.14	58,5	22,4	0,434	1,266	57,9	19,4	6,8	42	Id.
" "	15.14	40,5	23,5	0,418	1,174	56,1	20,6	5,5	30	Id.

MODENA 1902

Giorno	Ora	<i>h</i>	<i>θ</i>	<i>i</i>	Q	B	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>u</i>	<i>Annotazioni</i>
25 aprile	16.14	30,4	23,7	0,394	1,043	55,7	20,6	6,4	35	Sereno
" "	17.14	19,8	23,8	0,357	0,857	55,6	20,4	6,6	37	Id.
1 maggio	11.13	57,8	16,2	0,415	1,153	51,0	15,2	4,1	33	Cielo biancastro
" "	12.13	60,4	18,2	0,415	1,154	50,7	16,2	4,0	29	Id.
2 "	12.13	60,7	19,5	0,428	1,228	45,8	18,1	6,4	40	Aureola intorno al ☽; cielo bianchiccio
14 "	11.13	61,1	19,8	0,433	1,258	49,8	16,4	4,8	35	Sereno
24 "	9.13	46,0	19,0	0,429	1,234	62,3	15,4	5,9	45	Id.
" "	12.13	66,1	23,5	0,398	1,064	62,4	16,9	4,6	32	☽ libero; Cu in vicinanza
" "	17.13	24,9	21,0	0,388	1,010	61,6	18,4	3,9	25	Aureola intorno al ☽; Cu vaganti
26 "	11.13	63,4	18,5	0,426	1,217	59,7	20,3	7,0	39	Cielo bianchiccio; Cu all'orizzonte
" "	12.13	66,5	20,5	0,427	1,224	59,5	21,2	5,6	31	Id.
" "	15.13	46,3	26,2	0,407	1,114	58,1	23,0	6,2	29	Sereno intorno al ☽; Cu all'orizzonte
28 "	9.13	46,5	20,0	0,387	1,005	58,0	21,0	10,5	57	Cielo bianchiccio
" "	12.13	66,8	29,0	0,389	1,020	57,5	23,2	10,4	48	Id.
29 "	9.13	46,6	27,5	0,412	1,142	58,3	23,2	7,4	35	Sereno
" "	11.13	63,8	26,0	0,419	1,181	58,3	23,9	7,8	34	Id.
" "	12.13	66,9	30,2	0,424	1,212	58,3	24,3	6,8	32	Id.
" "	15.13	46,6	29,6	0,403	1,094	57,5	25,2	6,8	29	Id.
" "	16.13	36,1	27,0	0,386	1,003	57,3	25,2	6,9	28	Id.
2 giugno	9.14	47,0	28,5	0,405	1,105	57,4	20,2	12,2	69	Qualche velo intorno al ☽
3 "	11.14	64,5	26,0	0,403	1,092	56,0	26,1	9,4	38	Aureola intorno al ☽; cielo biancastro
" "	12.14	67,6	27,5	0,406	1,110	55,9	27,0	9,4	36	Cielo biancastro; caligo all'orizzonte
" "	15.14	47,1	28,5	0,382	0,983	54,7	27,8	9,1	32	☽ fra Ci rarissimi
15 "	9.16	47,7	25,0	0,400	1,076	52,4	20,0	7,5	43	Sereno: aureola intorno al ☽
18 "	12.17	68,8	22,8	0,400	1,075	52,4	22,3	7,1	36	Ci in vicinanza al ☽
" "	15.17	47,8	24,0	0,408	1,119	51,7	23,4	4,6	21	Id.
19 "	9.17	47,8	24,5	0,415	1,158	53,4	23,2	6,3	30	Sereno
" "	10.17	57,6	23,5	0,421	1,191	53,4	22,7	5,5	27	Id.
" "	11.17	65,5	27,6	0,422	1,199	53,3	23,0	5,2	25	Id.
" "	12.17	68,8	28,8	0,426	1,223	52,9	23,7	5,4	25	Id.
" "	14.17	57,6	26,5	0,421	1,193	52,0	25,0	5,1	22	Id.
" "	15.17	47,8	28,4	0,408	1,121	51,7	25,4	5,6	23	Id.
" "	16.17	37,3	27,6	0,396	1,055	51,2	25,6	6,1	24	Leggera aureola intorno al ☽
" "	17.17	26,6	28,0	0,371	0,927	50,8	25,2	6,4	27	Id. e qualche Ci sparso
21 "	14.17	57,7	25,2	0,410	1,131	53,9	21,6	8,6	45	Leggera aureola intorno al ☽
" "	15.17	47,8	25,7	0,413	1,148	53,9	22,8	8,2	40	Id.
" "	16.17	37,3	23,0	0,403	1,091	53,8	24,0	8,2	37	Sereno
" "	17.17	26,6	26,0	0,391	1,029	53,3	24,0	7,9	36	Id.

MODENA 1902

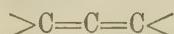
Giorno	Ora	<i>h</i>	<i>θ</i>	<i>i</i>	Q	B	<i>t</i>	<i>f</i>	<i>u</i>	Annottazioni	
22 giugno	9.18	47,8	26,1	0,405	1,104	57,9	23,2	10,3	49	Aureola intorno al ☽; Ci e S sparsi	
" "	12.18	68,8	25,5	0,417	1,169	58,6	24,8	9,6	42	Id. e Cu prossimi al ☽	
" "	15.18	47,8	29,6	0,407	1,116	58,1	25,6	7,7	32	☽ libero; Cu in vicinanza	
" "	16.18	37,3	27,0	0,398	1,066	57,7	25,7	6,5	27	Sereno	
" "	17.18	26,6	28,3	0,378	0,962	57,4	25,7	6,5	27	Id.	
25	"	12.19	68,7	32,3	0,426	1,223	54,9	23,7	9,9	46	Aureola intorno al ☽; cielo bianchiccio
28	"	9.19	47,7	30,3	0,393	1,040	63,2	24,0	10,1	46	Sereno
" "	10.19	57,5	28,5	0,413	1,148	63,2	24,6	9,7	43	Leggera aureola intorno al ☽; cielo bianchiccio	
" "	11.19	65,4	27,4	0,415	1,157	63,2	24,1	9,0	41	Id.	
29	"	9.19	47,7	26,5	0,379	0,965	61,2	24,2	9,7	43	Aureola intorno al ☽; cielo bianchiccio
" "	10.19	57,5	27,5	0,415	1,158	60,9	25,2	8,8	36	Qualche raro Ci intorno al ☽	
30	"	9.19	47,7	31,8	0,378	0,962	59,0	26,2	9,1	36	Aureola intorno al ☽
" "	11.19	65,3	29,7	0,386	1,002	58,7	26,2	8,8	35	Id.	
" "	12.19	68,5	29,0	0,389	1,018	58,6	26,5	8,3	33	Id.	
1 luglio	"	9.20	47,6	30,1	0,398	1,066	56,3	27,4	10,5	39	Sereno; leggera aureola attorno al ☽
" "	10.20	57,4	28,5	0,413	1,148	56,1	27,9	10,4	37	Id.	
" "	11.20	65,2	30,5	0,416	1,165	55,8	27,9	10,1	36	Id.	
" "	12.20	68,5	30,4	0,418	1,176	55,3	28,3	10,5	37	Id. e cielo biancastro	
" "	13.20	65,2	32,5	0,416	1,166	54,9	29,3	10,1	32	Id.	
" "	14.20	57,4	32,5	0,416	1,166	54,6	29,6	9,3	30	Id.	
" "	15.20	47,6	37,5	0,397	1,064	54,3	30,4	9,7	30	Id.	
" "	16.20	37,1	34,6	0,382	0,984	54,2	30,6	9,8	30	Id.	
" "	17.20	26,5	33,5	0,361	0,878	53,5	31,0	10,0	30	Id.	
2	"	9.20	47,6	29,0	0,413	1,148	52,8	27,6	11,1	40	Sereno
" "	10.20	57,4	30,3	0,418	1,176	52,8	27,8	9,7	37	Id.	
" "	11.20	65,2	28,6	0,423	1,203	52,8	28,3	8,8	33	Id.	
" "	12.20	68,4	31,6	0,423	1,205	52,6	29,5	8,6	29	Id.	
" "	13.20	65,2	33,0	0,421	1,195	52,2	30,7	8,3	27	Id.; qualche Cu all'orizzonte sud	
" "	14.20	57,4	33,6	0,412	1,144	52,0	30,5	8,3	27	Leggera aureola attorno al ☽; cielo bianchiccio	
" "	15.20	47,6	34,0	0,402	1,090	51,5	30,4	9,4	29	Id.	
" "	16.20	37,1	34,5	0,386	1,005	51,4	30,6	9,4	29	Id.	
" "	17.20	26,4	32,5	0,369	0,918	51,2	30,6	8,4	26	Id.	
3	"	8.20	37,0	26,8	0,403	1,091	56,4	24,3	11,8	52	Sereno
" "	9.20	47,5	29,5	0,415	1,159	56,8	26,2	11,6	46	Id.	
" "	10.20	57,3	29,0	0,429	1,238	57,0	26,2	10,3	41	Id.	
" "	11.20	65,1	29,5	0,429	1,238	57,2	26,0	10,0	40	☽ libero; Cu sparsi	
" "	15.20	47,5	31,5	0,413	1,149	57,8	26,8	10,0	38	Id.	
" "	16.20	37,0	32,4	0,402	1,089	57,3	26,3	11,4	45	Id.	

Fisica. — *Su di un nuovo apparecchio per la misura assoluta dell'attrito interno dei gas.* Nota del dott. S. CHELLA, presentata dal Corrispondente A. BATTELLI.

Questa Nota sarà pubblicata nel prossimo fascicolo.

Chimica. — *Sopra la preparazione di composti del carbonio con due doppi legami consecutivi.* Nota di ARRIGO MAZZUCHELLI, presentata dal Socio E. PATERNÒ.

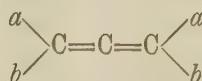
Si sa che in chimica organica sono assai rari i composti con due doppi legami consecutivi, secondo lo schema



che può chiamarsi *allenico* dal nome del rappresentante più semplice di questo tipo, l'allene C_3H_4 .

E ciò per la difficoltà che vi è a stabilire il secondo legame non saturo, perchè questo tende a formarsi nello stesso luogo del primo, dando luogo a derivati acetilenici, ogni volta che ve ne sia la possibilità strutturistica; mentre d'altronde non è neppure facile trovare condizioni di formazione tali, che la produzione di isomeri acetilenici sia assolutamente esclusa.

I derivati allenici presentano tuttavia un interesse speciale, oltre che per la singolarità del legame in essi contenuto, anche pel fatto che quelli del tipo

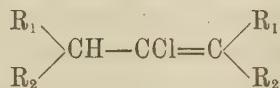


e tanto più i derivati di sostituzione ulteriore devono esser capaci di presentare casi di stereoisomeria, come è stato da un pezzo preveduto teoricamente dal van't Hoff, ma non mai finora sperimentalmente verificato (v. Lagerung . . . , 2^o Aufl., 75).

Peraltro uno studio di carattere generale su questi composti non è stato finora intrapreso, ove se ne eccettui il lavoro di Ipatieff sull'idrocarburi allenici (Journ. prakt. Chem., 59, 517). Qualche anno fa Zelinski e Doroschewski proponendosi appunto di studiare la speciale isomeria dei derivati allenici cominciarono a pubblicare un interessante lavoro sull'acido allente-tracarbonico (Ber. 27, 3374); ma a questo non hanno fatto seguito ulteriori comunicazioni.

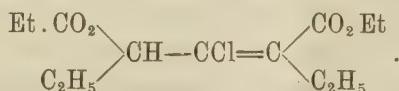
Consigliato ad occuparmi della preparazione di simili composti dal prof. Nasini, che mi è grato ringraziare anche qui della ospitalità accordatami nel suo laboratorio, iniziai qualche anno fa dei tentativi da cui è risultata la poca tendenza che vi è alla formazione del legame allenico, e che perciò non credo inutile di pubblicare, intendendo tornare ancora sull'argomento.

A differenza di altri sperimentatori, che han preparato derivati allenici per isomerizzazione di acetilenici (Faworski, Ipatieff) o per copulazione di residui malonici (acido allentetracarbonico di Z. e D., acido allentricarbonico [Goldschmiedt e Knöpfer, Monatsh., 17, 508]) si tentò di stabilire il secondo legame accanto ad un primo già esistente, agendo su composti del tipo



i quali, se la eliminazione di HCl decorre normalmente, non possono portare che a derivati allenici.

Il migliore materiale per un simile studio è fornito forse dai derivati alkilici dell'acido acetondicarbonico, preparati dal Pechmann, i quali trattati con pentacloruro di fosforo danno derivati dell'acido cloroglutaconico, stabilendosi già durante la clorurazione un primo legame etilenico (Petrenko Krtschenko ed Ephrussi, L. Ann., 289, 52), ad es.



Tutto dunque si ridurrebbe a cercare di stabilire anche il secondo doppio legame. Ma deve dirsi subito che questa, che pare cosa facile a prima vista, presenta invece, nella pratica, difficoltà per ora non superabili. L'atomo di cloro non è attaccato affatto, o se lo è, non si elimina direttamente, ma va al suo luogo un ossidrile con riformazione del primitivo derivato acetondicarbonico, oppure questo, per azioni più energiche, soggiace alla scissione acida o chetonica.

Ecco quanto da me si è fatto sperimentalmente. Si preparò dall'acido citrico l'acido acetondicarbonico, da questo l'etere etilico, da questo il derivato dietilsostituito seguendo i processi descritti con tanta precisione dal Pechmann. Da gr. 375 di ac. citrico si ottennero gr. 241 circa di acetondicarbonico, da questo gr. 125 di etere; il derivato dietilico fu frazionato tre volte, la prima tra 195° e 220° a 13 cm., la seconda tra 195-217° a 12 cm., la terza tra 205-210° a 8-7 cm., ottenendo così gr. 67 di composto la cui purezza risulta dalle seguenti analisi:

Gr. 0,2032 diedero 0,1585 H₂O e 0,4522 CO₂.

Gr. 0,2212 diedero 0,1738 H₂O e 0,4907 CO₂.

	Trovato		Calcolato per C ₁₃ H ₂₂ O ₅
I	II		
C	60,69	60,48	60,46
H	8,66	8,72	8,53

Questo etere dietilacetondicarbonico fu clorurato con PCl₅ (una prova fatta mostrò che qui come in tanti altri casi il PCl₃ non serve affatto) scalandandolo a ricadere a b. m. per 3 ore con un po' più della quantità calcolata di pentacloruro, poi gettando l'olio risultante in acqua fredda, lavandolo due o tre volte ancora con acqua, poi con soluzione di soda per eliminare interamente gli acidi, poi ancora con acqua (per gli ultimi trattamenti si trovò conveniente riprendere l'olio con etere etilico) infine essiccando su CaCl₂ e distillando l'etere. I rendimenti furono i seguenti: da gr. 23 ottenni gr. 22, poi da gr. 25, gr. 23,6, poi da gr. 17,4 gr. 15, cioè in media 92 % in valore assoluto. All'analisi si ebbero i risultati seguenti:

Gr. 0,2943 (bruciati con spirale di argento) diedero 0,2039 H₂O e 0,5983 CO₂.

Gr. 0,3185 (ossidati con acido nitrico) diedero 0,1692 Ag Cl.

Gr. 0,1753 (altra preparazione) diedero 0,1263 H₂O e 0,3584 CO₂.

	Trovato		Calcolato per C ₁₃ H ₂₁ O ₄ Cl
I	II		
C	55,75	55,74	56,42
H	7,69	8,00	7,60
Cl	13,13	—	12,83

L'eccesso di cloro e il difetto di carbonio si spiegano col fatto, già osservato da Petrenko-Kritschenko, che una parte del PCl₅ agisce come clorurante, trasformandosi in PCl₃; infatti si poté dimostrare la presenza di PO₃H₃ nelle acque di lavaggio del prodotto greggio.

Si tentò quindi purificare questo etere dietilcloroglutaconico per frazionamento; ma questo non riesce bene. Operando a 27 mm. di pressione il termometro sale in modo continuo da 160° a 170°; inoltre ogni volta si ha formazione di HCl e di prodotti volatili a odore cloroformico, e ciò che passa si colora un po' in giallo, onde non conviene insistere colla distillazione. Anche quel certo frazionamento che pure si ha lasciando indietro le ultime porzioni non giova a migliorare il prodotto, come lo mostra questa analisi:

Gr. 0,2952 diedero 0,1985 H₂O e 0,5991 CO₂; onde per cento C 55,35; H 7,45.

Si usò quindi l'etere dietilcloroglutaconico così com'era.

I primi tentativi furono diretti a prepararne l'acido libero per eliminare poi da questo HCl, analogamente a quanto fece il Pechmann per l'acido glu-

tinico (¹); e si cominciò dal provare la potassa alcoolica, la quale accanto all'azione saponificante possedendo la dechlorurante, oltre che al sale dell'acido dietilcloroglutaconico, a seconda delle condizioni di reazione poteva condurre alla formazione dell'etere dietillendicarbonico o magari del dietillendicarbonato potassico addirittura. Di conseguenza si estesero le indagini tanto ai sali che si precipitavano insolubili durante il decorso della reazione quanto a ciò che restava nel liquido alcoolico.

Si usò soluzione diluita di potassa in alcool assoluto, a freddo e alla ebollizione, e concentrata, solo a freddo. L'alcali diluito, e cioè 75 cc. di soluzione al 3,50 % v. contro 3,1 gr. di etere (ciò che corrisponde circa a 4 molecole contro una) saponifica a freddo in modo incompleto, anche dopo tre giorni di azione: si ha un precipitato contenente carbonato, cloruro, e il sale di un acido estraiibile con etere dalla soluzione acidulata con H_2SO_4 , che cristallizza in aghi raggiati, fonde a 105°, e fu trovato identico coll'acido etilmalonico che si ottenne in quantità maggiore nella preparazione seguente. Bollendo poi il liquido soprastante per terminare la saponificazione, si depone soprattutto carbonato alcalino, mentre nella soluzione restano resine non ulteriormente lavorabili.

La potassa alcoolica concentrata (92 cc. all' 11 % r. contro 12 gr. di prodotto, corrispondenti ancora a 4 molecole contro una) agisce più vivamente, tanto che nella prima mescolanza si ha un certo innalzamento di temperatura. Dopo quattro giorni fu raccolto il precipitato formatosi, che conteneva carbonato e cloruro potassico, lavato bene con alcool, poi sciolto in acqua acidulata, ed estratto con etere. L'estratto etereo fu essiccato su $CaCl_2$, poi eliminatone l'etere a bassa temperatura restando circa 0,3 gr. di un acido in cristalli raggiati, facilmente solubile in acqua, che fondeva inalterato a 105-110°, su lamina di platino si volatilizzava senza carbonizzarsi, con odore di burro rancido. Ne fu fatta una combustione:

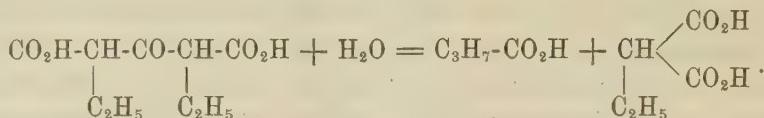
Gr. 0,1542 diedero 0,0887 H_2O e 0,2626 CO_2 .

	Trovato %	Calcolato per $C_5H_8O_4$
C	46,44	45,4
H	6,39	6,1

Dai numeri risulterebbe trattarsi di acido etilmalonico, per cui si calcolano le percentuali sopra riportate, e che fonde a 111°; le discrepanze che si osservano nei valori trovati, come anche il punto di fusione un po' basso, si spiegano colla presenza di un po' di acido butirrico, che contiene C % 54,5; H 9,1. Questi due acidi devono essersi formati per scissione acida del deri-

(¹) Ber. 20, (145-149).

vato dietilacetondicarbonico rigeneratosi per azione della potassa sul dietilcloroglutaconico, secondo l'equazione



Quanto al liquido alcoolico esso fu diluito con acqua, l'olio così separato raccolto con etere, questo essiccato ed eliminato poi per distillazione, restando una sostanza oleosa, abbastanza volatile anche a b. m., contenente appena piccole quantità di cloro, e che restava quasi inalterata bollita a ricadere per circa due ore con una soluzione di NaHO; nel liquido acquoso colla reazione dell'iodoformio si potè riscontrare alcool. Vi era dunque un poco di etere etilico dell'acido dietilcloroglutaconico o d'altro.

Una combustione diede questi risultati:

Gr. 0,3567 diedero 0,3134 H₂O e 0,8537 CO₂.

	Trovato %	Calcolato per C ₇ H ₁₄ O
C	65,54	73,61
H	9,75	12,28

Le proprietà neutre della sostanza fan supporre trattarsi di propilcheton, per cui si calcolerebbero i numeri soprariportati. Le percentuali troppo basse dipendono probabilmente dalla presenza di un po' di etere dietilacetondicarbonico o dietilcloroglutaconico inalterato. Il propilcheton si deve essere formato per idrolisi dell'etere dietilacetondicarbonico, prodottosi a sua volta a spese del diacetilcloroglutaconico.

Poichè la potassa in alcool etilico sembra agire troppo energicamente, distruggendo l'ossatura della molecola, o non agire affatto, se ne provò la soluzione in alcool metilico. Gr. 4,5 di etere dietilcloroglutaconico furono trattati con 90 cc. di potassa metilica, al 2,35 % cc., a temperatura ordinaria. Entro pochi minuti si formò un precipitato bianco cristallino costituito essenzialmente di KCl; poco dopo la soluzione venne diluita con acqua, e l'olio che così si rese insolubile fu raccolto con etere, essiccato e, dopo eliminazione dell'etere, analizzato.

Gr. 0,2070 diedero 0,1618 H₂O e 0,4599 CO₂, corrispondenti a C % 60,60 e H 8,68.

Inoltre conteneva cloro in quantità non indifferente. Si vede così che l'azione della potassa metilica fu realmente più blanda, poichè consisté soprattutto in una eliminazione di HCl, ma le percentuali mostrano che si ritornò così, per sostituzione al Cl di OH, all'etere dietilacetondicarbonico. I numeri anzi corrisponderebbero quasi perfettamente a quelli calcolati per

questo composto, ma tale coincidenza deve ritenersi casuale, poichè la presenza del cloro mostra che ci era ancora del composto cloroglutaconico, e forse anche del dipropilchetone, di cui non potè tentarsi la separazione per frazionamento a causa delle piccole quantità di sostanza ottenute.

Visto così che le saponificazioni in mezzo alcoolico non davano risultato soddisfacente, si tentò la saponificazione in soluzione acquosa, nelle condizioni in cui Ceresole riuscì a preparare l'acido dall'etere acetilacetico, che pure ha tanta tendenza a subire la idrolisi acida e la chetonica⁽¹⁾. Gr. 4 di etere dietilcloroglutaconico si posero a reagire con 100 cc. di potassa acquosa al 2,6 % cc., agitando frequentemente; dopo tre giorni si interruppe l'azione: erano rimasti circa 0,6 gr. di sostanza indisciolta. Il liquido acquoso fu acidulato con H₂SO₄, esaurito con etere, questo essiccato su Ca Cl₂, poi eliminato nel vuoto a temper. ordinaria, restando così circa 2 gr. di un olio denso, poco solubile in acqua, a reazione acida, che diede all'analisi i seguenti risultati:

Gr. 0,1569 diedero 0,0888 H₂O e 0,2845 CO₂.

Gr. 0,6370 arroventati con calce viva diedero poi 0,2412 Ag Cl.

Trovato	Calcol. per C ₉ H ₁₈ O ₄ Cl	Calcol. per C ₉ H ₁₄ O ₅
C 49,40	48,97	53,45
H 6,30	5,92	6,93
Cl 9,41	16,08	—

Questa volta, come si vede, la saponificazione fu più regolare, e si ottenne realmente un acido dicarbonico; dai numeri analitici però risulterebbe che non era dietilcloroglutaconico puro, ma conteneva circa 2/5 di acido dietilacetondicarbonico, come si vede dalle percentuali dei due acidi, che sono sopra riportate. Anche qui dunque per l'azione prolungata della potassa, resa necessaria dalla lenta saponificazione dell'etere, si era sostituito una parte del cloro coll'ossidrile. Del resto la presenza di un chetoacido era indicata anche dal colore rosso-sangue che la soluzione dava con cloruro ferrico.

Questo acido così ottenuto fu sottoposto al trattamento con potassa alcoolica nelle condizioni in cui Pechmann preparò con successo l'acido glutinico. Gr. 1,10 scolti in poco alcool assoluto furono aggiunti a 20,6 cc. di potassa alcoolica al 4,06 % cc. (cioè una molecola contro tre di alcali) alla temperatura di 55° che si mantenne per 5 o 6 minuti. Si formò gradualmente una certa quantità di precipitato, che fu subito separato per filtrazione, lavato con alcool, sciolto in acqua acidulata ed estratto con etere: conteneva carbonato potassico e una quantità notevole di cloruro, e dalla soluzione eterea si depose per evaporazione una piccola quantità di sostanza

(¹) Ber., 15, 1327,

in cristalli raggiati, che fu identificata per acido etilmalonico dal punto di fusione 110°, dalla stabilità al calore, dall'odore di acido butirrico che emetteva nel volatilizzarsi. Perciò, nonostante le precauzioni prese, contemporaneamente all'eliminazione di HCl aveva avuto luogo la scissione acida.

Si tentò anche di saponificare l'etere al di fuori dell'influenza, riconosciuta così nociva, degli alcali, bollendo con HCl concentrato, come appunto fece il Pechmann per un omologo dell'attuale, per l'etere cloroglutaconico; e gr. 4,1 di etere furono bolliti con 68 gr. di HCl fumante per 3 ore, poi dopo aggiunta di altri 12 gr. di HCl per altre 7 ore, senza risultati soddisfacenti. Infatti più della metà dell'etere (gr. 2,5) era rimasta inalterata, e concentrando la soluzione cloridrica si ottenne accanto a molte resine solo poco acido dietilacetondicarbonico, riconosciuto, fra altro, alla sua reazione con cloruro ferrico.

Coll'etere che aveva resistito al trattamento con HCl si provò il trattamento con PCl_5 a temperatura elevata per vedere se così si avesse una cloroanidride del dietilcloroglutaconico (come ciò ha luogo ad es. nel caso dell'etere acetilacetico e suoi alkilderivati) (¹) sebbene ciò apparisse poco probabile, dato quanto ha osservato Petrenko Kritschenco nel caso dell'etere tetrametilacetondicarbonico. Effettivamente a temperature sopra 100° non si ebbe azione, fino che avendo spinto poi la temperatura oltre 150° si osservò una parziale carbonizzazione.

Rinunciando allora alla saponificazione, si tentarono altre vie per cui si potesse eliminare direttamente HCl dall'etere dietilcloroglutaconico.

Il Volhard (²) poté eliminare HCr in modo quasi quantitativo dall'etere bromosuccinico scaldandolo con acetato sodico e carbonato di calcio. Analogamente nel caso attuale gr. 9,4 di etere dietilcloroglutaconico furono scaldati con gr. 5,8 di acetato sodico secco e 2,7 di carbonato di calcio prima a 97°, poi, vedendo che non reagivano, a 130° per un'ora, poi, essendosi riscontrata ancora quantità notevole di cloro nell'etere, di nuovo a 130° per un'ora e mezzo. Si estrasse così dalla massa un olio, che fornì all'analisi i seguenti risultati:

Gr. 0,2245 diedero 0,1536 H_2O e 0,4791 CO_2 ; cioè su cento C 58,22; H 7,60.

Gr. 0,6216 arroventati con calce diedero 0,1269 AgCl, e in cento Cl 5,05.

Queste percentuali se non concordano bene con quelle di nessuno dei composti che si possono formare di una simile reazione, sembrano però accennare con sufficiente chiarezza ad un miscuglio di etere dietilcloroglutaconico inalterato con etere dietilacetondicarbonico riformatosi secondo il so-

(¹) Isbert, L. Ann., 234 (181-193).

(²) L. Ann., 242, 160.

lito meccanismo, mentre resterebbe esclusa la presenza di etere dietilallen-dicarbonico in quantità sensibili. Le percentuali rispettive sono infatti queste:

Etere dietilcloroglutaconico . . .	C 56,42	H 7,60
" dietilacetondicarbonico . . .	" 60,46	" 8,53
" dietilallendicarbonico . . .	" 65,00	" 8,33

Si provò allora se poteva avversi una eliminazione di cloro più completa, e con risultati più vicini ai desiderati, operando a temperatura più alta. Gr. 5,6 vennero scaldati con eccesso di acetato sodico (peso uguale) e carbonato calcico a 155° per due ore. Come risultato si ebbe formazione di una certa quantità di resine insolubili, inoltre l'olio estrattone con etere aveva assunto una colorazione bruna, segno che si cominciava a passare il limite di stabilità di quei composti, senza ottenere nessun vantaggio in riguardo all'eliminazione di cloro, che fu trovato ancora presente in quantità notevole.

Da tutto questo risulta che non è possibile passare dall'etere dietilcloroglutaconico a un derivato allenico, a causa delle azioni secondarie che accompagnano sempre la eliminazione di HCl. Per vedere se a sorte il processo si compiesse più regolarmente sostituendo al cloro l'iodio, si tentò preparare il derivato iodurato, bollendo 15 gr. di etere dietilcloroglutanico con 10 gr. di KJ in 100 cc. di alcool assoluto per 9 ore, poi dopo aggiunta di altri 3 gr. di KJ per altre 9 ore. Per diluizione con acqua, scoloramento con iposolfito sodico ed estrazione con etere si ebbe un olio che fornì i seguenti risultati analitici:

Gr. 0,2081 diedero 0,1496 H₂O e 0,4333 CO₂.

Gr. 0,7528 arroventati con calce viva diedero 0,2237 tra ioduro e cloruro di argento, contenenti 0,1538 Ag.

Trovato %: C 56,80 H 7,98 Cl 7,24 J 2,05.

Si vede cioè che solo una ben piccola parte aveva subito la sostituzione iodurata, mentre una parte si era, al solito, trasformata in etere dietilacetondicarbonico. Ad ogni modo, si fecero su questo miscuglio i soliti saggi, trattando 3,04 gr. a freddo con 75 cc. di potassa metilica al 2,11 % cc. Si ebbe così una separazione di parte del cloro, e di tutto l'iodio, ma il risultato non fu molto migliore; perchè si ritornò soprattutto all'etere dietilacetondicarbonico. E ad analoghi risultati si giunse scalmando gr. 2,8 di etere con 1,7 di acetato sodico alla temperatura di 140°. In queste ultime prove, attesa la piccola quantità di prodotti su cui si lavorava, si ricercò la presenza di composti non saturi allenici basandosi soprattutto sulla proprietà, che ad essi non doveva mancare, di scolorare l'acqua di bromo, addizionando questo. E del resto questo saggio fu fatto anche in tutti i tentativi precedenti, dove si poteva ricorrere pure al controllo della analisi quantitativa.

Se ora ci facciamo a indagare i motivi per cui, nonostante la molteplicità degli espedienti tentati, la reazione non decorre mai nel senso voluto, troviamo che probabilmente due sono le cause che determinano questo risultato. Da una parte vi è quell'insieme d'influenze, ancora non molto chiarite nel loro meccanismo, che il Bischoff ha riunite nella sua teoria delle collisioni, e che consistono in una diminuzione della reagibilità di certe funzioni chimiche coll'aumentare della complessità sterica, o, più genericamente parlando, del peso molecolare dei gruppi alkilici ad essi vicini. Così Petrenko-Kritschenko ed Ephrusi hanno provato che appunto negli eteri acetondicarbonici la reagibilità rispetto al pentacloruro di fosforo e alla fenildrazina va diminuendo coll'aumentare della sostituzione alkilica. E questo spiegherebbe la difficile eliminazione del cloro e la stentata saponificazione. D'altra parte occorre considerare quella instabilità del legame allenico a cui già altri chimici hanno accennato (Pechmann, Faworski), ricordando in particolare la facilità con cui l'etere allentetracarbonico forma prodotti di addizione ossidrilati con rottura di uno dei doppi legami. Nessuna meraviglia quindi che nel caso attuale, quando finalmente ha luogo la eliminazione del cloro, si verifichi contemporaneamente una sostituzione di ossidrile. E una volta riformatosi così il gruppo chetonico questo può facilmente soggiacere alla scissione idrolitica.

Peraltro non si vede bene come si potrebbe eliminare questi ostacoli senza esporsi, per esempio, alla formazione di isomeri acetilenici. Forse potrà presentare probabilità di successo la introduzione di altri gruppi atomici, meno capaci di collisioni, intorno all'aggruppamento fondamentale:



Patologia vegetale. — *Intorno alla malattia del riso detta Brusone.* Nota del dott. UGO BRIZI, presentata dal Corrispondente G. CUBONI.

La causa che produce la malattia del riso detta *brusone* o *carolo*, così frequentemente dannoso, nonostante i numerosi studi di botanici ed agronomi, dal Garovaglio in poi, è ancora totalmente ignota poichè nessuna delle diverse teorie che attribuiscono la malattia, sia al parassitismo di varî fungilli o di batteri, sia a disturbi per cause meteoriche avverse, ci dà piena ragione di tutte le sue manifestazioni, e nessuna ci ha finora indicato una via sicura per difendersene.

Tra i caratteri che vengono comunemente dati come propri del brusone pochissimi degli autori che l'hanno studiato hanno data importanza, salvo il Voglino, all'esame diligente del sistema radicale delle piante di riso ammalate.

Chi ha osservato attentamente i caratteri del brusone sa benissimo che, quando anche la malattia è ancora in stadio iniziale, e che il brusone attacca le piantine di riso precocemente, molto prima che emetta la spiga, le piante colpite si svellono facilmente senza sforzo, e che molte delle radici affastellate che costituiscono il sistema radicale del riso sono o imbrunite o annerite. Siccome talvolta, quando per lo meno l'infezione non sia molto pronunciata, mescolate alle radici imbrunite ve ne sono delle sane, e siccome e in generale le radici ammalate e fragili si rompono e restano perciò nel terreno, su questo carattere molti autori sorvolano completamente.

Il carattere che presentano le piante brusonate di svellersi con molta facilità, fu anche notato, e messo in chiaro per la sua costanza, dalla Commissione ministeriale che nel 1891-93 studiò il brusone, la quale accennò alle « gravi alterazioni che si manifestano sulle radici che mostransi in via di decomposizione, cosicchè le piante, date per brusonate, si lasciano svellere senza offrire la dovuta resistenza, fatto che accennerebbe a disturbi fisiologici di tutta la pianta » (Boll. Notiz. Agr., 1892, I, pag. 690).

Analoghe osservazioni pure fece Montemartini, il quale riconobbe come caratteristica delle piante brusonate la facilità con cui si lasciano svellere per la rottura delle radici, le quali hanno i tessuti dissociati e privi d'amido.

In tutti i casi di brusone tipico osservati nell'anno decorso, ho potuto riconoscere che, costantemente, qualche alterazione più o meno pronunciata del sistema radicale si accompagna al brusone fin dal suo primo manifestarsi sotto forma di carolo o brusone minore, quando cioè le foglie cominciano appena ad arrossare ed appassire. Quando poi la malattia raggiunge uno stadio più avanzato, che si manifestano le note macchie e gli altri segni di malattia sul culmo e che la pianta intera è stremenzita, allora le lesioni sulle radici, che molti autori ritengono soltanto manifestazioni o secondarie o accidentali, sono invece tanto gravi che al più leggero sforzo tutte le radici si rompono, e quelle che si lasciano estrarre non raggiungono una lunghezza poco superiore al decimetro. Io credo perciò che l'esame delle sole radici che restano attaccate alle piante brusonate che in tali condizioni si strappano dalla risaia, abbia potuto ingenerare un concetto non esatto delle eventuali lesioni del sistema radicale, giacchè il riso approfondisce e diffonde molto le sue radici nel terreno e quando la pianta si svelle, la maggior parte e la più importante, fisiologicamente, del sistema radicale resta nel terreno.

Anzichè svellere le piante caratteristicamente brusonate, ho cercato di toglierle con quanta più terra fosse possibile, scavando assai profondamente, in modo d'avere il sistema radicale, se non completo, almeno con radici intere lunghe fino ed oltre 60 centimetri.

L'esame minuzioso dopo lavate e isolate accuratamente le radici delle piante brusonate, mi ha dimostrato che la massima parte delle radici pro-

fonde, e soprattutto le sottili estremità che fungono da organi assorbenti, presentano manifesti e costanti segni di deperimento.

Infatti le sottilissime radicelle, cominciando da quelle aventi un diametro di mm. 0,25, fino a quelle di mm. 0,50, sono imbrunite od annerite, il che ho osservato non avviene invece mai nelle numerosissime piante di riso perfettamente sane e normali esaminate per controllo, e nelle località più disparate. Questo carattere è stato sempre di una costanza veramente impressionante su tutte le piante esaminate.

L'esame microscopico rigoroso, con la tecnica odierna, ha in tutti i casi dimostrato: che le radicelle le quali si presentano così imbrunite hanno le pareti cellulari alterate ed in inizio di disorganizzazione che ne modifica profondamente le proprietà fisiche, che non si ritrova nell'interno dei tessuti mai traccia di parassiti animali, nè di filamenti miceliali, nè di batteri, o di altri microrganismi, almeno nello stadio descritto, cioè all'inizio della malattia. I caratteri del contenuto cellulare, soprattutto delle cellule epidermiche e del cilindretto centrale delle radicelle, dimostrano gravi disturbi fisiologici; il citoplasma è più o meno scollato dalla membrana e imbrunito, non sempre però con i caratteri di vera plasmolisi perchè manca la contrazione caratteristica, almeno nell'inizio; il nucleo è frammentato o scompare completamente; spesso nei casi più gravi di deperimento, e nelle radicelle già diventate nere, l'intero citoplasma è coartato e ridotto a una massolina amorfa, generalmente eccentrica.

Questi caratteri di sofferenza meritano a parer mio una attenta considerazione. La presenza di radicelle così sofferenti e senza alcun dubbio non funzionanti, in un numero spesso grande, talvolta grandissimo anche nelle piante in cui s'inizia appena lo sviluppo del brusone, è carattere, ripeto, costante. Per conseguenza queste lesioni che finiscono col distruggere interamente le radicelle, la quale distruzione o perdita di funzionalità di estende poi man mano anche alle radici di maggior diametro, ragionevolmente lasciano adito a credere che da tale distruzione possano appunto iniziarsi le sofferenze o i disturbi fisiologici che danno origine prima al brusone.

Il fatto è innegabile, quantunque non osservato a dovere o messo in dubbio dai più, e chiunque abbia soltanto un poco di pazienza, può ripetere e controllare le osservazioni e convincersi della importanza di questo fatto.

È indubitabile dedurre da ciò che, se alle piante di riso, o nell'inizio dello sviluppo, od anche al momento della fioritura, venga sottratto al normale funzionamento un numero più o meno grande di radicelle assorbenti, le piante stesse non possano non risentire grave danno, quando anche si tengano presenti due considerazioni di fondamentale importanza. La prima che la pianta di riso, esigentissima, ha necessità di sfruttare un gran volume di terreno, al che infatti la pianta provvede con uno sviluppo molto grande della superficie assorbente.

La seconda poi che non è punto vero, come molti sostengono, che il riso, essendo pianta acquatica possa assorbire oltre che dalle sottili radicelle estreme che funzionano da organi assorbenti, essendo rari o mancanti i peli, anche dalle radici più grosse. Infatti, a parte che il riso è pianta palustre e non aquatica e che perciò può vivere benissimo e prosperare anche a secco, essa ha le stesse esigenze delle piante terrestri e assorbe allo stesso modo di queste, e non ha davvero, come le piante nettamente acquatiche, il sistema radicale ridotto, ma invece abbondanti radici affastellate, lunghissime, numerose, molto ramificate e diffuse profondamente nel suolo. Occorre poi tener conto che le radici del riso non possono assorbire l'acqua, coi sali minerali necessari, se non dalle radicelle molto sottili e non superiori almeno a mm. 0,25 di diametro, poichè, come è noto, le radicelle di diametro appena superiore hanno le pareti esteriori delle cellule epidermiche già cutinizzate, quindi quasi impermeabili all'acqua o, per lo meno, rese assolutamente impropprie alla estrinsecazione dei complicati fenomeni osmotici.

Stabilito questo fatto importante, per rendermi possibilmente conto della origine delle lesioni che ho riscontrate costantemente nelle radicelle del riso brusonato ho tentate numerose esperienze di laboratorio, alcune delle quali, che qui descrivo, mi hanno permesso di rilevare in proposito un fatto che credo abbia una certa importanza.

Raccolsi verso i primi di giugno molte piantine di riso perfettamente sane e ancora assai poco sviluppate, in una risaia di secondo anno, sita in un appezzamento che si mantenne poi, durante tutto l'anno, senza manifestare tracce di brusone. Queste piantine furono poste in laboratorio a vegetare in vasi di vetro a tappo forato, nel modo solito ad usarsi nelle culture in soluzioni acquose, colle radici immerse in una soluzione nutritiva completa [$\text{Ca}(\text{NO}_3)_2$, gr. 0,50; MgSO_4 , gr. 0,50; KH_2PO_4 , gr. 0,50; Fe, tracce; per 1000 gr. di acqua distillata].

Tutte le piantine così tenute, alla temperatura del laboratorio (18° - 25°) continuarono nei giorni successivi a svilupparsi benissimo senza dare alcun segno di sofferenza, senza presentare foglie appassite o macchiate o traccia alcuna di malattia; le radici presero un notevole sviluppo ramificandosi abbondantemente e producendo innumerevoli sottilissime radicelle.

Dopo circa otto giorni rinnovai la soluzione nutritizia a tutte le piante in esperimento ma, per alcune di esse, il liquido stesso prima di essere usato, fu sottoposto ad una ebullizione prolungata, per circa venti minuti, in modo da togliere completamente l'aria disciolta nel liquido. Cessata l'ebullizione, con il liquido ancora bollente, furono riempiti alcuni dei vasi chiudendoli ermeticamente. Appena raffreddato il liquido alla temperatura dell'ambiente vi posì di nuovo le piantine di riso, con le solite precauzioni, assicurandomi però che il tappo forato chiudesse ermeticamente entrando nel collo del vaso

stesso sino a toccare la superficie del liquido. La chiusura ermetica fu completata lutando i vasi con paraffina e collodion. In tal modo il liquido nutritizio privato colla ebullizione dell'aria discolta, non trovandosi in facile contatto con nuova aria, si manteneva a lungo desaerato completamente. Le piante poste in tali condizioni, da non avere ossigeno sciolto a disposizione delle radici o per lo meno averne in quantità estremamente piccola, furono tenute a tutte condizioni perfettamente pari delle altre piante, alle quali la soluzione nutritizia fu rinnovata senza preventiva ebullizione.

Poche ore dopo l'inizio dello esperimento, alcune delle più sottili radici delle piantine di riso immerse nel liquido nutritizio desaerato cominciarono a perdere il loro colore bianco argentino facendosi lentamente di colore bruno soprattutto verso le estremità. L'imbrunimento continuò lento e progressivo successivamente il giorno dopo, estendendosi per lunghi tratti, su molte radicelle e manifestandosi poi a poco a poco nei giorni successivi su quasi tutte le sottilissime radici a diametro non superiore a $\frac{1}{2}$ millimetro, le quali finirono poi, più o meno rapidamente, col diventare quasi tutte di un colore nerastro.

La parte aerea delle piante sottoposte all'esperienza fino al terzo giorno non diede manifesti segni di sofferenza conservando anzi un bel colore verde, ma nei giorni successivi le foglie, soprattutto le inferiori, poi man mano tutte le altre, si coprirono di macchie giallastre che diventarono subito di color rosso vivo, mentre frattanto era facile seguire nelle piante sperimentate il procedere dei sintomi di sofferenza e di disorganizzazione, oltre che delle radici più sottili, a mano a mano anche di quelle di diametro maggiore. Tra il 10° e il 12° giorno le piante intere erano già più o meno completamente stremenzite e disseccate, dopo aver tentato di resistere ai gravi disturbi derivanti dalla progressiva perdita di funzionalità del sistema radicale, emettendo delle radici avventizie aeree al disotto della guaina del primo internodio.

Evidentemente, non può sorger dubbio che i caratteri di sofferenza e la morte delle sottili radici siano dovute a fenomeni di asfissia per mancanza di ossigeno, giacchè in nessuna delle altre piante tenute per controllo a pari condizioni, ma nelle quali il liquido nutritizio non fu desaerato nel modo sopradetto, si manifestò, neppure inizialmente, un simile fenomeno, giacchè nessuna radice imbrunì, ma invece conservarono tutte il caratteristico colore bianco-argenteo; neppure la parte aerea manifestò alcun sintomo di sofferenza né subito né in seguito, e le piante crebbero benissimo sino ad emettere la spiga.

Queste esperienze, per quanto non prima eseguite per il riso, in linea generale, non insegnano cose nuove, perchè la dimostrazione sperimentale che le radici muoiono in un ambiente privo di ossigeno, si ha fino dalle classiche ricerche di Déherain, Vesque, Bonnier e Mangin, Van Tieghem, ecc.

Ciò che invece è singolarmente importante, a parer mio, è la perfetta e impressionante analogia che si riscontra tra le lesioni che si manifestano sulle radici sottoposte alle descritte esperienze in ambiente privo o quasi di ossigeno, con quelle che costantemente si rinvengono sulle piante colpite da brusone.

Infatti l'esame delle sottili radici delle piante sperimentate, mostra caratteri macroscopici e microscopici che collimano perfettamente con quelli descritti per le piante brusonate. La parete delle cellule epidermiche si mostra imbrunita, il citoplasma in parte scollato, profondamente alterato, in causa probabilmente di fenomeni di respirazione intramolecolare, il nucleo frammentato e quasi scomparso ecc., e molte altre particolarità di struttura che descriverò poi ampiamente in un lavoro futuro.

Affinchè poi i risultati dell'esperienza fossero meglio controllati, quantunque non sarebbe stato strettamente necessario per il fatto accennato, che le piante tenute in condizioni rigorosamente uguali per controllo, non presentarono affatto i fenomeni d'asfissia descritti, ho ripetute le medesime prove con piante di riso, non raccolte direttamente in risaia, ma nate invece da seme e ottenute facendo germinare il risone in termostato a 25°.

I risultati furono identici al caso precedente poichè solo nelle piantine con le radici immerse nel liquido desaerato, si notò, salvo leggere modalità e differenze, costantemente, come nel primo esperimento, l'imbrunimento progressivo delle radici, seguito poi da sintomi più o meno rapidi e gravi di sofferenza nella parte aerea e soprattutto nelle foglie, che arrossavano all'apice o ai bordi, assumendo *veri e propri caratteri di piante brusonate*. Spingendo poi l'esperimento un po' più a lungo, dopo pochi giorni tutte le radicelle finivano con l'imbrunire, mentre l'intera pianta anch'essa dissecandosi moriva.

Nessun dubbio, come nel caso precedente, che effettivamente trattisi d'asfissia delle radici giacchè un'esperienza di controllo assai semplice lo confermò poi anche meglio. Infatti, se in taluna delle piante in esperimento questo si interrompa quando i caratteri di imbrunimento delle sottili radici appena si iniziano, facendo gorgogliare attraverso il liquido nutritizio mediante un aspiratore, per un certo tempo una corrente d'aria, le radici già imbrunite finiscono col morire, ma le altre continuano ad essere perfettamente normali, nuove radicelle si riproducono rapidamente e la pianta non accentua più oltre i sintomi di sofferenza nelle foglie e si sviluppa, anche in seguito, normalmente.

Da queste poche esperienze non credo di poter senz'altro stabilire che causa del brusone sia l'asfissia delle radici, ma, data la costanza delle lesioni riscontrate nelle radicelle delle piante brusonate, la loro perfetta analogia anche anatomicamente e istologicamente con quelle delle radicelle asfissiate, dato un grandissimo numero di osservazioni, che qui non posso neppure brevemente riassumere (¹) che, dimostrando insostenibile la teoria parassitaria,

(¹) La relazione completa degli studii eseguiti sul *Brusone* nel 1904, è in corso di stampa nell'Annuario della Istituzione Agraria Dott. A. Ponti, presso la R. Scuola Superiore di Agricoltura di Milano, alla quale Istituzione debbo, principalmente, i mezzi necessarii per compiere le presenti ricerche. Vi concorsero anche la Società Agraria di Lombardia e il Ministero dell'Agricoltura. A tutti mi è grato tributare doverosi ringraziamenti. U. B.

appoggerebbero questo modo di vedere, dati i molti fatti relativi allo svilupparsi e all'andamento della malattia, inesplicabili e controversi finora, che troverebbero così una probabile spiegazione, ne deriva una ipotesi molto ragionevole e logica, che le successive ricerche spero confermeranno, che cioè una parte importante o predominante nello insorgere dei disturbi che determinano o preparano la via al brusone, possa avere la eventuale mancanza o deficienza di ossigeno a disposizione delle radici assorbenti.

Fisiopatologia-chirurgica. — *Sull'evoluzione della sensibilità nelle plastiche e negli innesti.* Nota di GUIDO LERDA, presentata dal Socio A. Mosso.

Se lo studio del comportamento della funzione sensoriale nei processi di cicatrizzazione per seconda intenzione (¹), non è privo d'interesse specialmente nei riguardi della fisiopatologia, più interessante ancora esso riesce in quelle artificiali riparazioni dei tegumenti, che la chirurgia può conseguire mediante le plastiche e gli innesti.

Nel caso di innesti — cutanei, o dermo-epidermici — si ha infatti un elemento nuovo; la questione che riguarda la sorte delle terminazioni nervose esistenti nel pezzo innestato.

E questo fatto assume ancora una maggiore importanza nel caso di plastiche all'italiana, in cui non solo le terminazioni nervose vengono ad essere trapiantate, ma interi filuzzi nervosi, colle terminazioni che ne dipendono.

Anche quest'argomento è stato assai poco studiato, e le conclusioni degli autori sono spesso contradditorie.

* * *

Per gli innesti dermo-epidermici alla Thiersch non mancano accuratissimi studi istologici, ma, nel maggior numero dei casi, gli autori hanno concentrato la loro attenzione sul comportarsi dell'epitelio e delle fibre elastiche, senza occuparsi affatto delle fibre nervose.

Sulla sensibilità delle zone ricoperte da innesti dermo-epidermici alla Thiersch s'intrattiene incidentalmente il Goldmann (²), che, studiando la sorte dei lembi trapiantati, istituì pure ricerche sul ristabilimento della sen-

(¹) V. Lerda, *Sulla evoluzione della sensibilità nelle cicatrici*, Rendiconti della R. Accad. dei Lincei, fasc. 9°, 1° sem. 1905.

(²) Goldmann, *Ueber das Schicksal der nach Verfahren von Thiersch verpflanzten Hautstücke*, Beiträge zur klin. Chir., Tübingen, 1894, B. XI, H. 1.

sibilità tattile, termica e dolorifica, e la vide ritornare dopo alcuni mesi, in linea generale dagli orli della ferita, talora in punti isolati che poi conflui-vano. Egli anche istologicamente potè talora osservare delle fibre nervose, ma soggiunge però di aver sperimentato, a questo riguardo, su di un mate-riale troppo scarso per poter giungere a conclusioni definitive.

Forgue (¹) dice di sfuggita che la sensibilità ci mette molto tempo a ritornare.

Durante (²) afferma che « la rigenerazione del tessuto nervoso termi-nale sensitivo sul pezzo innestato manca affatto, o avviene in stretti limiti, per cui, toccandolo, l'individuo che lo porta lo percepisce come un corpo estraneo ».

Riguardo poi agli innesti cutanei alla Krause traggo dal Marchand (³) le seguenti osservazioni. Krause dice che la sensibilità vi si stabilisce tardi e viene essenzialmente dalle parti laterali, per cui al centro il tatto può mancare anche per anni. Wagner la trovò in parte ritornata agli orli dopo 6-8 settimane. Braun dopo 11 mesi e mezzo trovò che la sensibilità era minore di quella delle parti circostanti. Ollier dopo quattro anni e mezzo constatò il ritorno completo della sensibilità. Finalmente Stransky osservò la successiva propagazione della sensibilità dai margini, e più specialmente il successivo procedere, prima della sensibilità tattile, poi della dolorifica e termica.

Sul comportamento della sensibilità nei lembi autoplastici si ha un antico lavoro di Friedberg (⁴), in cui questi riporta l'osservazione clinica di Bardeleben che in una rinoplastica in seconda giornata, pungendo sul naso vide localizzare il dolore vicino al naso, e riporta pure l'osservazione anatomica di Busch e Weber di un filuzzo nervoso staccatosi dal sottorbitale ed inner-vante un lembo rinoplastico frontale, ciò che contrasterebbe colla osserva-zione di Jobert, che, in un'altra rinoplastica, non potè osservare che i nervi circostanti fossero entrati nel nuovo naso. Friedberg poscia studia tre casi di rinoplastica (metodo Langebeck) e ne conclude che solo agli orli si ha dapprima la giusta localizzazione delle percezioni, poi questa va estenden-dosi, entro anni; che il ritorno della sensibilità si ha tanto meglio, quanto più rapida è stata la guarigione; e che si direbbe che i vari filuzzi nervosi funzionano ciascuno per conto suo (⁵).

(¹) Forgue, *La technique des greffes de Thiersch*, Sem. Med. 1899, pag. 243.

(²) Durante, op. cit. pag. 171.

(³) Marchand, *Der Process der Wundheilung mit Einfluss der Transplantation*, Stuttgart. 1901, Enke, pag. 420.

(⁴) Friedberg, *Ueber die Innervation der durch Ueberpflanzung gebildeten Nase*, Virchow's Archiv. Vol. XVI, 1858, pag. 540.

(⁵) Vedi anche: V. Enri, *Ueber die Raumwahrnehmungen des Tastsinnes*. 1898, pag. 151 e seg., e pag. 203.

Recentemente poi Vaschide e Vurpaz (¹) riferirono di aver trovato, in un caso di autoplastica con pelle dell'addome, conservata la sensibilità tattile, algesica, la localizzazione e la reazione vasomotrice per abbassamenti di temperatura.

* * *

Avendo avuto occasione di osservare e seguire un certo numero di questi artificiali processi di riparazione, non mancai di studiarli dal punto di vista psico-fisiologico, cogli stessi criterî che mi avevano guidato allo studio dell'evoluzione della sensibilità nelle cicatrici pure e semplici.

* * *

Riguardo agli innesti alla Thiersch, potei osservarne quindici casi di cui due praticati col metodo classico, previo raschiamento delle granulazioni, gli altri adagiando semplicemente i lembi dermo-epidermici sul tessuto di granulazione, metodo da lungo tempo praticato, con ottimi risultati, dal prof. Isnardi.

In generale essi si comportano come le cicatrici, sia per il modo di procedere della sensibilità, sia per il suo progressivo perfezionarsi: anche la dissociazione della sensibilità si presenta frequentemente, e talora anche più evidentemente che nelle cicatrici. Però in parecchi casi in cui potei osservare accoppiati i due processi di riparazione, spontanea e per innesti, ebbi a notare che il tessuto di cicatrice si fa sensibile più rapidamente che non quello innestato. Negli innesti fatti lasciando le granulazioni, questo fatto si presenta con evidenza maggiore che in quelli in cui le granulazioni erano state raschiate: in questi casi inoltre potei notare più frequentemente il formarsi di aree isolate di sensibilità, indipendentemente dai bordi della ferita.

Non sarebbe difficile il cercare le probabili ragioni di questi fatti, ma si dovrebbe restare sul campo delle ipotesi, per cui preferisco attenermi alla semplice constatazione dei fatti.

Del resto, l'avanzarsi della sensibilità dai bordi resta sempre la regola; ed in un caso di innesti multipli praticati da sei anni in seguito a flemmone del braccio, potei osservare in tre delle cicatrici da innesti — larghe quasi 4 cm. per 6 di lunghezza — la sensibilità tattile, dolorifica e termica ugualmente sviluppate, sebbene alquanto più ottuse che non nelle parti circostanti; nella quarta, più ampia — cm. 6 per 9 — c'era una zona centrale in cui, pure esistendo un discreto grado di sensibilità tattile (4 g/mm), si aveva quasi completa anestesia termica e dolorifica. Quest'ultima poi era

(¹) Vaschide et Vurpaz, *Recherches sur la physiologie de la peau dans un cas d'autoplastie*, Sem. Med. 1903, pag. 13, e C. R. de l'Acad. des Sciences de Paris; 15 janv. 1903.

evidente in un caso di ampia superficie innestata da due anni e mezzo, in cui si aveva tuttavia un discreto grado di sensibilità tattile e termica.

* * *

Ho poi avuto ancora occasione di esaminare due casi di plastica all'italiana: l'una, datante da quattro anni, presa dal polpaccio per ricoprire una larga breccia traumatica del collo del piede; l'altra, datante da due anni e mezzo, era stata praticata in un caso di grave trauma alla faccia dorsale dell'avambraccio: la perdita di sostanza venne colmata mediante un ponte cutaneo disseccato dalla faccia anteriore del tronco, sotto al quale si infilò, come in un manicotto, l'avambraccio lesso; i due peduncoli vennero sezionati successivamente in ottava e dodicesima giornata. In ambi i casi la perdita di sostanza risultante dall'operazione venne colmata da innesti, cosicchè io potei stabilire il confronto tra i due processi di riparazione. Tale confronto fu sempre a tutto vantaggio delle plastiche; nelle quali, eccezion fatta per qualche piccola zona isolata, trovai sempre una sensibilità poco o nulla inferiore a quella delle regioni corrispondenti, e una buona localizzazione delle varie specie di sensazioni; mentre gli innesti corrispondenti restavano in loro confronto evidentemente inferiori.

Io non ho potuto seguire nella loro evoluzione queste plastiche, ma sarebbe certo interessante il seguirle, ed indagare per qual meccanismo si abbia il restauro della sensibilità: se cioè si abbia la degenerazione delle fibre nervose preesistenti, con successive rigenerazioni di nuove fibre e terminazioni sensoriali; o se piuttosto non si debbano verificare anastomosi tra i fasci nervosi del lembo anoplastico, e quelli del tessuto basale della ferita, sufficienti a permettere un certo grado di funzione. Certo si è che nei due casi osservati io non potei osservare una differenza di sensibilità tra gli orli del lembo anoplastico e le sue parti centrali.

* * *

Ma quelle che più presto e meglio riacquistano il loro potere sensitivo sono le plastiche per torsione, e più ancora quelle per scorrimento. Delle prime esaminai tre casi: uno preso dal collo per riparare ad una perdita di sostanza consecutiva all'escisione d'un cancro della guancia, l'altro dal fronte per coprire un'orbita svuotata per sarcoma, il terzo dalla guancia per una escisione di cancro del labbro inferiore. In tutti potei osservare che le zone centrali e le più prossime al peduncolo conservano la normale sensibilità, mentre gli orli restano talora per qualche tempo come stupefatti, e vanno in seguito riacquistando la loro sensibilità, sia dalla parte centrale che dalla pelle circostante, ritornando ben presto al loro stato normale. Così pure, la localizzazione che nei primi tempi tende manifestamente a portarsi verso l'antica sede, ritorna presto ad essere normalmente precisa.

Riguardo poi alle plastiche per scorrimento, di cui osservai 6 casi, esse in genere non perdono la loro sensibilità, e in poco tempo localizzano perfettamente le percezioni.

* * *

Dall'assieme dei fatti osservati si potrebbe adunque concludere che:

1° Negli innesti dermo-epidermici alla Thiersch la sensibilità si ristabilisce in modo essenzialmente analogo a quello che abbiamo osservato per i processi di cicatrizzazione per seconda intenzione: dapprima insensibili, essi vanno di poi assumendo la sensibilità quasi esclusivamente dai bordi della ferita; anche qui si può spesso riscontrare quella dissociazione della sensibilità che abbiamo osservato nelle cicatrici; anche qui è constatabile, nel processo del tempo, un successivo perfezionarsi delle sensibilità specifiche.

2° In confronto delle cicatrici, gli innesti riacquistano più tardi la sensibilità, per lo meno di tanto quanto essi hanno abbreviato il periodo di cicatrizzazione.

3° Nei processi autoplastici la localizzazione della sensibilità si fa buona e corretta in un tempo relativamente più breve.

4° Dal lato della sensibilità funzionale, fra tutti i processi di riparazione, le plastiche per scorrimento e per torsione, ed anche quelle all'italiana, offrono più rapidamente e meglio un buon grado di sensibilità.

Patologia. — *Sui fenomeni di temporaneo scompenso funzionale nel decorso del gozzo endemico.* Nota del dott. LUIGI MUNARON, presentata dal Socio B. GRASSI.

Da un triennio — poichè da tal tempo ho l'onore di collaborare col professore Grassi intorno alle ricerche dirette a precisare la causa del gozzo e del cretinismo endemici — durante i lunghissimi soggiorni in Valle d'Aosta e in Valtellina, necessari a presenziare gli esperimenti, i rapporti fra lo sviluppo e le vicende del gozzo endemico, e lo stato di salute individuale, avevano già attratta la mia attenzione.

L'argomento, appena adombbrato nelle ricerche degli autori, appariva di grande interesse quale complemento necessario dei nostri studi, e le prime indagini ne chiarirono infatti subito la importanza.

Pur sussistendo, in generale, il fatto che nelle regioni dove regna l'endemia in un grandissimo numero di individui, l'evoluzione organica non subisce apparenti deviazioni dal normale e i danni apportati dal gozzo non vanno oltre alle conseguenze che eventualmente possono derivare dalle alterate condizioni meccaniche, pure era ragionevole il dubbio che in certi casi

l'affezione locale, più o meno intensa, dato l'elevato còmpito della ghiandola, potesse dar luogo a fenomeni imputabili a variazioni nella attività funzionale di essa.

Circoscritto così il campo e il fine della ricerca, per tradurla in atto, conveniva rispondere a due domande: in primo luogo, quali fenomeni si potevano interpretare come espressione della alterata funzionalità della ghiandola; in secondo luogo, come si poteva provare che in determinati casi, la interpretazione data al fenomeno morboso era esatta.

Rispetto al primo obiettivo, le diverse opinioni che corrono intorno alla funzione della tiroide, non porgevano una guida che si potesse considerare sicura; nè pareva agevole poter distinguere nelle manifestazioni della morbosità delle località affette dalla endemia, qualche sintomo proprio, specificamente differente da quelli, che abitualmente si riscontrano nei luoghi indenni, per quanto una lunga pratica professionale esercitata in questi, potesse essermi di aiuto nella comparazione.

Mi parve però, che la indagine potesse essere resa più facile, e i fatti risaltare con maggiore chiarezza ed evidenza, durante quei periodi della vita, nei quali la tiroide per consenso comune si trova nella sua maggiore attività, e in quelle fasi, quando si svolgono funzioni intercorrenti, delle quali è notoria la grande influenza che esercitano su di essa.

Al primo ordine di fatti appartiene il periodo di crescenza; al secondo appartengono la mestruazione e la gravidanza.

Quanto alla prova di controllo, le conoscenze attuali permettevano di usufruire soltanto dei preparati della ghiandola stessa, conforme alle recenti applicazioni della opoterapia.

Sia nella valle d'Aosta che in Valtellina, ebbi il campo aperto a numerosissime indagini in tale direzione; e mi preme di avvertire subito che il fine di portare qualche luce che, direttamente o indirettamente, giovasse alle nostre ricerche, dava a tali indagini il carattere più squisitamente obiettivo. Si trattava adunque in effetto, di verificare se nelle predette circostanze alcuni fatti morbosi fossero riferibili a variazioni nella funzione della tiroide; delle osservazioni fatte accenno qui sommariamente i risultati.

1. Primo oggetto di osservazione furono tre fanciulli fra il decimo e l'undecimo anno di età, appartenenti a famiglie diverse, e nati da genitori gozzuti ma sani nel senso del tipo costituzionale del luogo. In paragone dell'età i tre fanciulli presentavano uno sviluppo minore del consueto, sia in altezza, sia in espansione scheletrica.

In tutte e tre sussistevano i dati anamnestici che dieci o undici mesi prima, con un più rapido sviluppo dei fenomeni locali del gozzo — il quale in tutti tre, era nel momento dell'esame discreto, ma molle e uniforme — aveva coinciso uno stato generale di malessere, la pelle del volto si era fatta un po' gonfia, erano divenuti disamorati dello studio, un po' apatici; e da

allora, avevano cessato di crescere, mentre prima la crescita era stata normale e progressiva.

L'esame degli organi, nulla pose in evidenza di morboso: nè mi parve che la pelle avesse più il carattere, accennato specialmente da una delle madri, e che per l'opposto apparisse solo un po' arida.

È ovvio — lo dico subito, per la importanza della questione — che io aveva escluso, colla considerazione di tutti i dati qualunque dubbio, che i casi che avevo dinanzi agli occhi, appartenessero a forme che hanno una lontana parentela coi fatti del cretinismo; ero invece certo che essi rappresentavano anche per la famiglia, il tipo medio sano della località.

In luogo di ricorrere ai ferruginosi e ai ricostituenti in genere, come ne sarebbe stata l'indicazione, volli somministrare a piccole dosi la tiroidina, e l'esito che ne ebbi fu così rapidamente soddisfacente, che in capo a un mese i fanciulli si erano già rimessi nella condizione generale. Il miglioramento continuò a progredire senza ulteriore somministrazione del rimedio e dopo alcuni mesi (sette circa) io poteva constatare che la crescenza procédava normalmente, ciò che i genitori erano stati naturalmente i primi a rilevare.

2. Quattro ragazze, presentatesi in periodi diversi alla mia osservazione, dell'età circa fra i tredici e quattordici anni, normalmente sviluppate, e in precedenza, di carattere piuttosto vivace, e delle quali i dati gentilizi erano simili a quelli dei tre fanciulli citati (e la scelta era stata fatta colle cautele già accennate), dopo essere state regolarmente mestruate circa un anno prima, avevano notato da alcuni mesi (3 o 4) un repentino aumento del gozzo preesistente. Veramente le madri accennavano che prima non c'era quasi traccia di gozzo, ma la pratica fatta in luogo mi lasciava nella convinzione opposta, ben sapendo per esami fatti, come meno in rarissimi casi, ed anzi vorrei dire eccezionali, l'ingrossamento della tiroide sussiste sempre. Al notato repentino aumento del gozzo era seguito un certo deperimento generale, svogliatezza, e sospensione delle mestruazioni.

Le apparenze delle giovani, erano quelle di un leggero stato di clorosi. Le funzioni della digestione, meno attive del solito; il carattere era diventato meno chiassoso e vivace; nessuna lesione organica però si rendeva manifesta all'esame.

Nessun risultato avevano raggiunto, la cura ferruginosa e le piccole migliorie del vitto quotidiano; ricorsi anche in questi casi al trattamento con piccole dosi di tiroidina, e dopo un tempo che variò nelle singole pazienti, da trentacinque a cinquanta giorni, le mestruazioni ricomparvero normalmente, lo stato generale migliorò rapidamente, e il progresso del meglio continuò senza ulteriore intervento della cura.

3. Uno speciale caso di gravidanza ebbi occasione di osservare, e soltanto per breve tempo, abitando la paziente lontano.

Era una giovane di 22 anni, ben costituita: per la prima volta gestante

— e nel principio del terzo mese — nella quale, dopo l'inizio della gravidanza, il gozzo già prima discretamente sviluppato, era divenuto quasi modesto, accompagnandosi l'ingrossamento a fatti di debolezza generale.

Io constatai, veramente, un gozzo discretamente voluminoso e un evidente cambiamento rapido in tutte le apparenze esteriori, che contrastava visibilmente colla solida struttura che aveva dinanzi a me e colla anteriore robustezza decantata dal marito.

Somministrai anche in questo caso piccole dosi di tiroidina; rividi la paziente dopo venti giorni col gozzo ridotto e migliorata in modo assai notevole, tanto che il marito si profuse in ringraziamenti, ma disgraziatamente non potei seguirne ulteriormente la osservazione, perchè non si presentò più, nè mi venne fatto di rintracciarla. Però da ciò che avevo rilevato nella seconda visita e dal non essersi la paziente più recata da me rimasi persuaso che i fatti morbosi non si dovevano essere più ripresentati.

Accanto a questi fatti osservati colla maggiore accuratezza consentita dalle circostanze, i quali hanno contorni precisi, io potrei citare altre e numerose osservazioni, che se non possono assumere la consistenza di fatti, valgono però in questioni di questo genere a guidare e a raffermare la convinzione personale e contribuiscono, per la loro parte, alle brevi considerazioni intorno ad essi, che faccio seguire.

Nelle ricerche cliniche, che mirano a nuove constatazioni di fatti, non è già la quantità che ne costituisca il maggior valore, poichè basta talvolta che un tipo morboso venga delimitato nelle sue linee generali, perchè gli osservatori possano riconoscerlo e moltiplicarne gli esempi.

È da vedere perciò se il numero anche scarso dei fatti esposti, permette di trarne qualche conclusione.

Il rilievo delle note più caratteristiche di essi, dà adito a constatare: primo, che in tutti i casi il gozzo ha subito, o repentinamente o molto sollecitamente, un aumento di volume cui seguì un peggioramento nella condizione generale dei pazienti — nei maschi un brusco interrompersi dello sviluppo fisico e nelle femmine la sospensione della mestruazione — secondo, che la somministrazione dei preparati di tiroide, riconduisse l'organismo nelle condizioni normali di sviluppo e di funzione; sono inoltre da notare la rapidità del miglioramento e la mancanza di qualsiasi altra cura.

In cospetto di tali risultati, a me sembra che i fenomeni morbosi osservati e quelli che si presentano in casi consimili, certamente assai numerosi, debbano essere interpretati come effetto di un temporaneo scompenso funzionale avvenuto nella tiroide, già affetta da gozzo endemico.

Noi sappiamo che il gozzo endemico si presenta come una modificazione di un organo nel quale si istituisce un processo di compensazione, sufficiente a ristabilire l'equilibrio fra la funzione e il tessuto incaricato di compierla, in guisa che non ne resta turbata la salute dell'individuo. Ma noi sappiamo

anche del pari, che rispetto a qualche funzione, il bisogno fisiologico dell'organismo può variare a seconda delle epoche; e che tutto fa ritenere, che la tiroide sia destinata ad esercitare in più larga misura la sua azione, specialmente nel periodo di crescenza, nella mestruazione, e nella gravidanza.

Ora negli individui affetti da gozzo endemico, le condizioni sono meno favorevoli, perchè le necessità fisiologiche conseguano il loro adempimento; onde quando queste aumentino da parte dell'organismo, il terreno funzionale può in singoli casi non adeguatamente rispondere; conforme a ciò si istituisce un comportamento speciale della morbilità delle regioni invase dalla endemia, del quale sono ancora troppo poco notati i fatti che lo rappresentano, confusi come furono, con affezioni comuni, non esattamente interpretate.

Ma i fatti di temporaneo scompenso funzionale della tiroide e le considerazioni che precedono, possono anche illuminare una delle questioni più oscure, che abbiano connessione col gozzo.

È noto che la comune opinione degli autori, benchè espressa in modi diversi, a seconda delle vedute personali, acconsente intorno al punto fondamentale, di ritenere unica la causa del gozzo e del cretinismo endemici.

Il concetto di tale identità non poteva a meno di sorgere e di predominare dato il modo di distribuzione delle due endemie — delle quali la più grave, il cretinismo coincide, ordinariamente colla intensificazione delle lesioni che sono in effetto inerenti alla endemia gozzigena —, malgrado che data la ignoranza della causa di questa, nessun fatto positivo venisse a convalidare siffatto modo di vedere.

I nuovi fatti, le considerazioni precedenti, e il concetto della insufficienza tiroidea e paratiroidea già acquisito alla scienza, possono condurre per altra via, a dare una diversa e forse più razionale interpretazione della patogenesi del cretinismo.

Del perchè nei siti di endemia gozzigena, dalle stesse madri, sia che conducano la vita nelle condizioni più miserabili, sia che vivano nell'agiatezza, e senza apparente cambiamento nelle circostanze esteriori, nascano figli sani e figli cretini (per citare termini estremi), era grandemente difficile dare adeguata spiegazione. Se si voglia invece considerare che il cretinismo, in tutta la varietà delle sue forme e delle sue manifestazioni, e le lesioni minori che costituiscono l'impronta speciale che l'endemia imprime alla organizzazione, rappresentino gli effetti di diversi gradi di temporaneo scompenso nella funzione della tiroide materna — durante il periodo di gravidanza — molte oscurità si dileguano.

Nulla vieta di ritener che, sia nelle madri apparentemente sane, sia, con maggior ragione, in quelle che hanno già tratto dalla eredità, impronte più o meno gravi della endemia, tale stato di scompenso funzionale possa

avvenire, rimanendo nel sangue materno le sostanze di cui la tiroide sarebbe destinata a ridurre l'attività morbigena, ovvero mancando in maggiore o minor misura il prodotto specifico della funzione. Ognuno comprende come questa condizione anomala, pure insufficiente a ledere gravemente la madre, possa alterare più o meno profondamente il prodotto del concepimento. Non diverrebbe dunque mixedematosi la madre, ma si costituirebbero nel feto le anomalie del cretinismo; onde un nuovo concetto patogenico, sul quale intendo portare tutto il contributo che mi è possibile, di studi e di ulteriori osservazioni.

PRESENTAZIONE DI LIBRI

Il Socio CERRUTI presenta in omaggio all'Accademia un volume dal titolo: *Lezioni di Geometria proiettiva* del prof. F. AMODEO, e ne parla.

V. C.

valore della vita, ma non hanno di solito un grande senso di responsabilità per la vita degli altri. I loro sentimenti sono più di natura emotiva che razionale. Sono persone che hanno una concezione molto semplice del mondo, e che non sono in grado di comprendere le complessità delle cose. Sono persone che sono molto più attaccate alle loro emozioni che alle idee, e che non sono in grado di pensare con chiarezza o di ragionare in modo critico.

III. LE PERSONALITÀ

Le personalità sono le caratteristiche individuali che definiscono la persona. Sono le qualità che distinguono una persona da un'altra, come il suo temperamento, i suoi interessi, le sue abitudini, le sue credenze e le sue convinzioni. Le personalità sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità, come il suo modo di pensare, di sentire e di agire, e le sue relazioni con gli altri.

Le personalità sono le caratteristiche che definiscono la persona, e sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità. Sono le qualità che distinguono una persona da un'altra, come il suo temperamento, i suoi interessi, le sue abitudini, le sue credenze e le sue convinzioni. Le personalità sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità, come il suo modo di pensare, di sentire e di agire, e le sue relazioni con gli altri.

Le personalità sono le caratteristiche che definiscono la persona, e sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità. Sono le qualità che distinguono una persona da un'altra, come il suo temperamento, i suoi interessi, le sue abitudini, le sue credenze e le sue convinzioni. Le personalità sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità, come il suo modo di pensare, di sentire e di agire, e le sue relazioni con gli altri.

Le personalità sono le caratteristiche che definiscono la persona, e sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità. Sono le qualità che distinguono una persona da un'altra, come il suo temperamento, i suoi interessi, le sue abitudini, le sue credenze e le sue convinzioni. Le personalità sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità, come il suo modo di pensare, di sentire e di agire, e le sue relazioni con gli altri.

Le personalità sono le caratteristiche che definiscono la persona, e sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità. Sono le qualità che distinguono una persona da un'altra, come il suo temperamento, i suoi interessi, le sue abitudini, le sue credenze e le sue convinzioni. Le personalità sono anche le caratteristiche che definiscono la sua personalità, come il suo modo di pensare, di sentire e di agire, e le sue relazioni con gli altri.